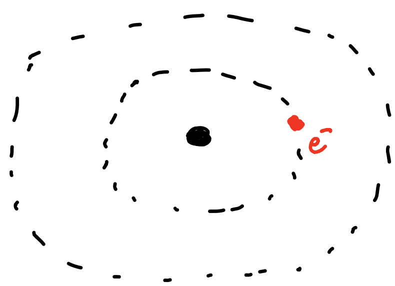
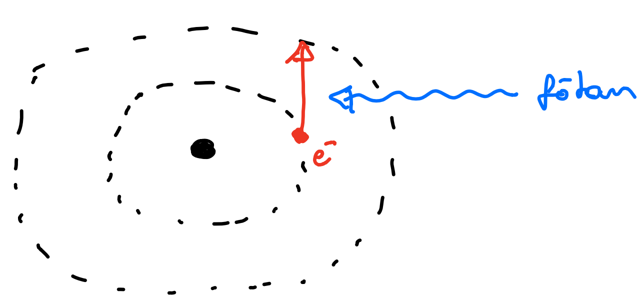
Aula 1: ordens de grandeza, dimensões de sistemas físicos e unidades de medida

Saudações! Nos átomos, os elétrons podem ocupar apenas algumas órbitas (os chamados orbitais). Ou o elétron estará na órbita 1 ou na órbita 2, etc.

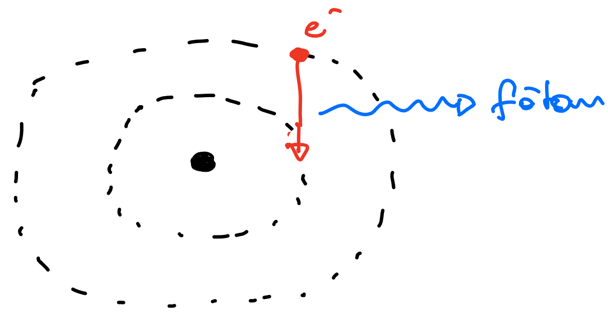


Os elétrons também podem saltar de uma órbita para a outra. Mas para isso eles precisam emitir ou absorver um fóton (ou seja, luz).

Quanto maior a órbita, maior a energia. Portanto, para pular de uma órbita interna para uma externa, o elétron deve absorver um fóton (lembra um pouco o PacMan)



Por outro lado, ao ir de fora para dentro, ele emite um fóton



A diferença de energia entre as duas órbitas determina a frequência do fóton, e portanto a cor da luz emitida. Matematicamente, as duas grandezas estão relacionadas pela expressão

$$\Delta E = h\nu \tag{1}$$

onde ΔE é a diferença de energia, em Joules, e ν é a frequência, em Hz. Além disso, h é a chamada constante de Planck

$$h = 6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \tag{2}$$

As vezes preferimos trabalhar com comprimento de onda, λ ao invés de frequência. Os dois estão relacionados por meio de

$$\lambda = c/\nu \tag{3}$$

onde c é a velocidade da luz

$$c = 2{,}99792458\ \mathrm{m/s} \tag{4}$$

O conjunto das diferentes frequências que um certo átomo emite chama-se o espectro do átomo. E as pessoas que medem esses espectros são os espectroscopistas (eles estão entre nós!)

Espectroscopia é, ainda hoje, uma ferramenta essencial para a física. O motivo é porque as diferenças de energia (e portanto as frequências emitidas) só dependem do elemento químico em questão. Elas funcionam, portanto, como uma assinatura do elemento.

O hidrogênio, por exemplo, emite fótons na região do visível em

λ(nm)	656,3	486,1	434,1	410,2

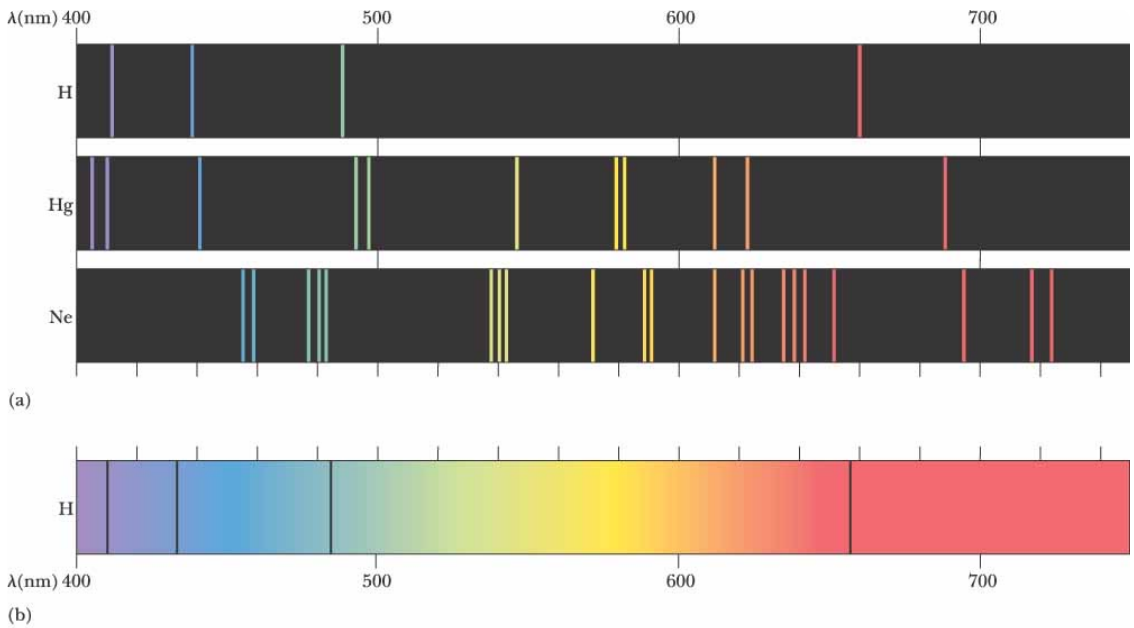
onde

$$\text{nm} = \text{nanometro} = 10^{-9}\ \text{m}$$

Se apontarmos um telescópio para uma certa região do espaço e detectarmos luz nesses comprimentos, então sabemos com certeza que naquela região há hidrogênio.

Isso é fantástico! É assim que sabemos, por exemplo, que estrelas distantes queimam hidrogênio. E que uma vez queimado o hidrogênio, a estrela passa a queimar Hélio.

Cada elemento químico possui um número enorme de linhas em diferentes regiões do espectro.



Além disso, a intensidade de cada linha varia bastante. O Neônio, por exemplo, tem linhas muito fortes no vermelho. É daí que vem a cor dos avisos de Neon. O sódio tem linhas fortes no amarelo. Iluminação pública é, muitas vezes, baseada em lâmpadas de sódio (as mais modernas são de LED, que funciona de uma outra maneira).

Por que eu estou dizendo tudo isso?

Alguns motivos:

- Porque isso é maravilhoso
- Porque é a base para uma quantidade enorme de aplicações.

Eu acredito que todo mundo devia saber isso!

- Para que você se acostume a lidar com conceitos que você não entende muito bem.

Eu não te disse porque as órbitas eletrônicas são discretas nem porque átomos emitem radiação. A origem desses fenômenos, você só irá entender de fato no terceiro e quarto ano com a mecânica quântica. Mas mesmo sem entender a origem de um fenômeno, você ainda pode explorar suas consequências.

Isso é mais importante do que você imagina. Fazer ciência significa estar na fronteira do conhecimento. E, portanto, isso necessariamente implica lidar com conceitos que não entendemos completamente (pois, afinal, se entendêssemos, não seria a fronteira do conhecimento).

Mas, na verdade, o principal motivo pelo qual eu disse todo isso é

- Porque espectroscopia é a base para o sistema internacional de medidas (SI)

Isso se tornou ainda mais importante em 2019, quando a espectroscopia passou a ser usada na definição de todas as unidades de medida, como vamos discutir.

Algarismos significativos

As grandezas que usamos em física advêm de medidas e portanto são conhecidas apenas com certa precisão. Por exemplo, usando uma régua convencional, não faz o menor sentido dizer que o comprimento de um objeto é 13,5492 1579 cm. Claramente conseguimos pelo menos uma casa de precisão, por exemplo 13,5 cm. Mas e duas casas, 13,54 cm?

O que determina o número de casas que podemos especificar uma medida é a precisão do aparato experimental. Como saber isso exatamente é algo que você vai aprender no curso de física experimental.

A precisão de um experimento determina o número de algarismos significativos com o qual podemos reportar o resultado.

Quando dizemos, por exemplo, que a velocidade da luz vale

$$c = 299\,792\,458{,}0 \ \text{m/s}$$

esses dígitos refletem toda a precisão que possuímos sobre c. Nesse caso, 9 algarismos significativos. Isso é diferente de

$$299\,792\,458{,}0000 \ \text{m/s}$$

Esse número teria 13 algarismos significativos e portanto seria muito mais preciso. Nós não sabemos c com essa precisão; apenas com 9 dígitos.

Quando se trata de algarismos significativos, a vírgula não importa: 4576 ou 4,576 ambos possuem 4 algarismos significativos.

Outra coisa a prestar atenção são os zeros: 0,004576 ainda possui 4 algarismos significativos. Ou seja, o zero a esquerda não faz diferença. Só o zero a direita faz. Por exemplo 0,0045760 possui 5 algarismos significativos.

Existem algumas transições atômicas, chamadas transições hiperfinas, que podem ser medidas com uma precisão enorme.

O hidrogênio, por exemplo, possui uma linha famosa com

$$\lambda = 21,1061140542 \text{ cm}$$

(12 algarismos significativos!), conhecida carinhosamente como "linha de 21 cm". Essa linha é a base da radioastronomia: se queremos saber onde há hidrogênio queimando no espaço, ajustamos o telescópio para capturar somente nessa frequencia bem específica

(e ser cego para todo o resto). Com isso, isolamos só a radiação que realmente advém do hidrogênio.

Outro elemento que possui uma transição hiperfina muito precisa é o Césio 133, cuja frequência vale

$$\nu = 9\,192\,631\,770 \text{ Hz}$$

Essa frequência é a base dos relógios atômicos, que discutiremos a seguir.

O sistema internacional de unidades

É essencial em ciência que tenhamos um sistema de unidades para usar como referência. Eu odeio, por exemplo, quando eu peço uma carne "ao ponto" no restaurante e o garçom diz "o nosso ao ponto é mais rosado". Isso não faz o menor sentido. É o mesmo que dizer "Eu demoro 7 minutos para tomar banho, mas o meu minuto é meio longo". Um sistema de unidades existe para que possamos comparar grandezas.

Tome medidas de comprimento, por exemplo. Antigamente usava-se o pé do rei como medida. Mas se o meu rei tem pé grande e o seu rei tem pé pequeno, temos um problema. O sistema internacional de unidades (SI), criado depois da revolução francesa em 1789, tem como objetivo remover essa ambiguidade usando medidas unificadas para as grandezas físicas. Por exemplo, no caso de comprimento convenciona-se usar a distancia entre o polo norte e o equador através do meridiano que passa por Paris. Isso já é um bom upgrade. Pelo menos ele fornece uma definição unificada, que todos podem usar.

Mas isso ainda é bastante impreciso. Como calcula-se essa distancia? Se alguém vai andando, pequenas mudanças no caminho que se toma alteram a precisão. Além disso, a crosta terrestre não é estática, mas está em constante movimento.

Você talvez esteja se perguntando para que precisamos de tanta precisão. Cada transistor do seu celular mede apenas alguns nanometros. Se não possuímos um padrão preciso de distancias, como que diferentes times dentro de uma empresa conseguiriam concordar no design de um processador?

Nos anos 60, graças aos avanços na física quântica, as medidas de espectros atômicos se tornaram muito mais precisas. Em 1967 decidiu-se então usar a linha hiperfina do Césio 133 como medida de tempo. Hoje o segundo é definido como

$$1\ s = \text{duração de } 9\,192\,631\,770 \text{ periodos de oscilação do fóton emitido pela transição hiperfina do Cs 133.}$$

Essa é a ideia por trás dos relógios atômicos.

Com os relógios atômicos as medidas de tempo se tornaram tão precisas que passa a valer a pena usar o segundo para definir outras grandezas. A partir de 1983, por exemplo, o metro passa a ser definido como

$$1\,m = \text{distância percorrida pela luz em } \frac{1}{299792458} \text{ segundos.}$$

O caso mais enigmático é o do kilograma. A partir de 1889, o kg foi definido como sendo o peso de um pequeno cilindro de Platina, guardado a 7 chaves no Bureau de pesos e medidas de Paris.

É possível ver alguns problemas com isso. Primeiro, isso depende de não roubarem o tal do cilindro! Claro, várias cópias desse cilindro foram espalhadas pelo mundo como garantia. Mas sempre há alguma diferença entre um cilindro e outro. Além disso, a massa do cilindro não é constante pois, com o passar do tempo ele absorve moléculas (e.g. de água) na sua superfície.

Em 2019, depois de uma votação histórica, decidiu-se mudar a definição do kg e relacioná-la com a constante de Planck

$$h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}\ J \cdot s$$

onde, lembre-se

$$J = kg\ m^2/s^2$$

O valor da constante de Planck se tornou tão preciso, que passou a fazer mais sentido definir o kg a partir de h e das definições de segundo e metro. Hoje o kg é definido postulando que o valor da constante de Planck é dado exatamente por $6,626\,070\,15 \times 10^{-34}\ J \cdot s$. Como sabemos o metro e o segundo, isso determina unicamente o kg.

Essa mudança de 2019 representa uma mudança de paradigma na forma como definimos grandezas físicas. Agora, todas as unidades do SI são definidas em termos de constantes fundamentais da natureza. Nada de barrinhas de Platina. Agora a coisa ficou séria.

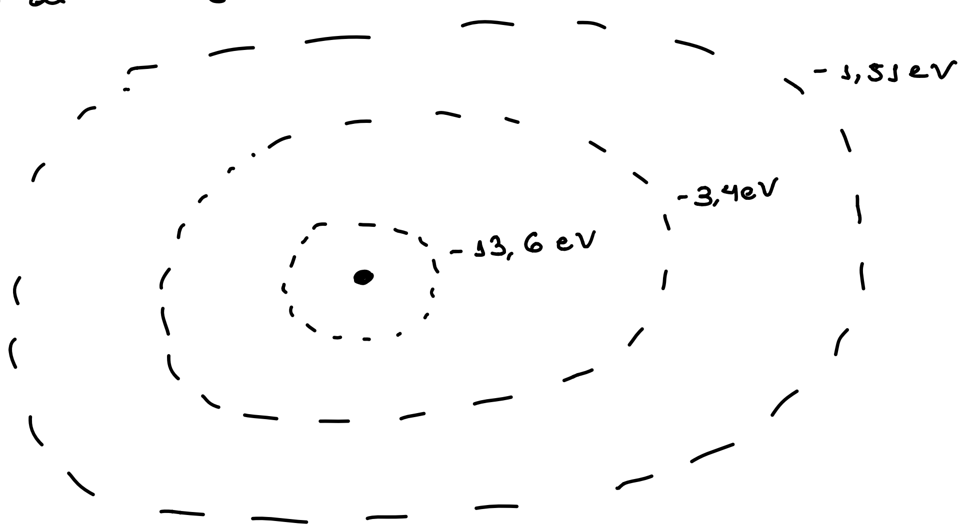
O elétron-Volt

Existe uma unidade de medida extremamente importante em física e que não faz parte do SI. É o elétron-Volt, uma unidade de energia dada por

$$1\,eV = 1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}\,J$$

Ou seja, 1 eV é bem pouca energia. O nome "elétron-Volt" vem do fato de que essa é a energia que um elétron ganha quando acelerado por uma diferença de potencial de 1 V (você vai aprender mais sobre isso em física 3).

O motivo pelo qual o eV é útil é porque ele é uma unidade natural para medir energia na escala atômica. As energias das primeiras órbitas de um elétron no átomo de hidrogênio, por exemplo, são



etc.

Um físico de materiais, por exemplo, vai dizer que um dos motivos pelo qual o silício é tão útil para a indústria de microeletrônica é porque "O gap de energia do Si é de 1,14 eV." Pergunte para algum professor da área o que isso significa :)

Da mesma forma, a energia com que partículas são aceleradas em um acelerador de partículas também é medida em eV. O LHC, em Genebra, por exemplo, começou a operar em 2010 indo até

$$3{,}5 \text{ TeV} = 3{,}5 \times 10^{12} \text{ eV}$$

Depois de alguns upgrades, isso chegou a 6,5 TeV.

O eV pode parecer estranho à primeira vista. Mas ele é uma unidade absolutamente fundamental da física. Então eu recomendo que você já vá se acostumando com ele desde cedo!

Análise dimensional

Análise dimensional é uma ferramenta essencial na física. Você vai utilizá-la de hoje até o resto da eternidade.

Por exemplo, quando discutimos espectroscopia eu escrevi a expressão

$$\Delta E = h\nu$$

Qual a unidade de h? Sabemos que

$$[\Delta E] = J$$

$$[\nu] = Hz = 1/s$$

Portanto

$$[h] = \frac{[\Delta E]}{[\nu]} = J \cdot s$$

Esse tipo de análise oferece um teste de sanidade. A cada passo da sua conta você pode se certificar de que todas as unidades estão corretas. Por exemplo dado um sorvete grande,

$$\underbrace{x}_{m} = \underbrace{x_0}_{m} + \underbrace{\underbrace{v_0}_{\frac{m}{s}}\ \underbrace{t}_{s}}_{m} + \underbrace{\frac{\underbrace{a}_{\frac{m}{s^2}}\ \underbrace{t^2}_{s^2}}{2}}_{m} \quad \checkmark$$

No curso que eu dei semestre passado, apareceu uma hora a seguinte expressão

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi^2} \; \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} \; V \sqrt{E}$$

(que lambança!) Você não precisa fazer a menor idéia do que isso significa, mais ainda assim pode fazer análise dimensional. Aqui V é um volume, m é massa, E é energia e $\hbar$ é a "outra" constante de Planck

$$\hbar = h/2\pi$$

(que portanto também tem unidades de $J \cdot s$). Qual deve ser a unidade de D? Ora,

$$[D] = \frac{(kg)^{3/2}}{(J.s)^3} \; m^3 \; (J)^{1/2}$$

$$= \frac{(kg)^{3/2} \; m^3}{J^{5/2} \; s^3}$$

$$= \frac{(kg)^{3/2} \; m^3}{\left(kg \frac{m^2}{s^2}\right)^{5/2} \; s^3}$$

$$= \frac{(kg)^{\frac{3}{2} - \frac{5}{2}} \; (m)^{3-5}}{(s)^{3-5}}$$

$$= (kg)^{-1} \frac{(m)^{-2}}{(s)^{-2}}$$

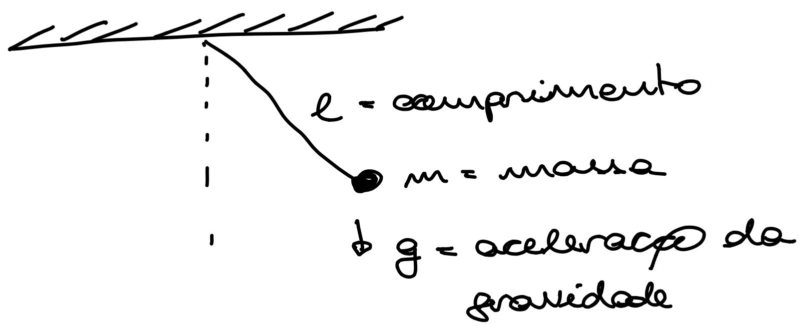
Ou seja,

$$[D] = s/J$$

Isso não é nem um pouco óbvio da expressão original!

A análise dimensional também pode ser usada para prever, de forma aproximada, resultados que muitas vezes são difíceis de se calcular.

Considere, por exemplo, um pêndulo oscilando sob a ação da gravidade:



Qual a frequência de oscilação do pêndulo?

Essa pergunta não é trivial. Você vai aprender a resposta em Física 2. No entanto, podemos tentar antecipar a resposta usando análise dimensional.

Do que que a resposta pode depender? As únicas grandezas que definem o pêndulo são ℓ, m e g. E frequência tem dimensões de $1/s$. Temos que pensar, portanto, como combinar comprimento, massa e aceleração para produzir $1/s$. Esse tipo de análise nunca vai acertar fatores como 2 ou π. Mas ele captura a essência da coisa.

Por exemplo, poderíamos ter

$$\omega \propto m^2 g/\ell$$

onde o símbolo $\propto$ significa "proporcional"; eu uso ele para enfatizar que podem haver fatores numéricos que a análise dimensional não é capaz de capturar.

O meu chute acima, no entanto, não funciona:

$$[m^2 g/\ell] = \frac{(kg)^2 \ (m/s^2)}{m} = \frac{(kg)^2}{s^2}$$

Isso está muito longe de 1/s. Viajei na maionese.

Ao invés de ficarmos tentando todas as combinações por tentativa e erro, é mais inteligente abordar o problema de forma sistemática. A idéia é que devemos ter

$$\omega \propto m^a g^b \ell^c$$

onde a, b, c são potências que devem ser ajustadas por análise dimensional. Ou seja:

$$[m^a g^b \ell^c] = (kg)^a (m/s^2)^b (m)^c$$

$$= (kg)^a \, m^{b+c} \, s^{-2b}$$

Queremos que todo isso no final das contas vire 1/s.

Portanto escolhemos

$$a = 0$$

$$b = 1/2$$

$$c = -b = -1/2$$

Assim concluímos que

$$\omega \propto g^{1/2} \, l^{-1/2}$$

ou

$$\omega \propto \sqrt{g/l}$$

Esse resultado é incrível. Ele mostra que podemos antever a "cara" da frequência sem ter que fazer nenhuma conta de fato. Note, por exemplo, como ω não depende da massa do pêndulo, o que não é nada intuitivo. Isso deixa de ser verdade quando incluímos a resistencia do ar.

Exemplo: força de atrito

Considere um objeto de massa m e raio r se movendo com velocidade v através de um meio com viscosidade η (medida em kg/ms). Qual a cara da força de atrito exercida no corpo?

Sabemos que força tem dimensão de kgm/s^2 (lembre do $F = ma$). Queremos, portanto, que

$$F \propto m^a r^b v^c \eta^d$$

tenha dimensão de força. Pois bem:

$$[m^a r^b v^c \eta^d] = (kg)^a (m)^b (m/s)^c \left(\frac{kg}{ms}\right)^d$$

$$= (kg)^{a+d} (m)^{b+c-d} s^{-c-d}$$

$$= kg\, m/s^2 \quad \text{(eu quero)}$$

Portanto, devemos ter

$$a + d = 1$$

$$b + c - d = 1$$

$$c + d = 2$$

Nesse caso temos 3 equações para 4 incógnitas. O melhor que podemos dizer é que

$$d = 2 - c$$

$$a = 1 - d = 1 - 2 + c = c - 1$$

$$b = 1 + d - c = 1 + 2 - 2c = 3 - 2c$$

Portanto

$$F \propto m^{c-1} r^{3-2c} v^{c} \eta^{2-c}$$

A cara da força não é unicamente determinada pela análise dimensional. Isso acontece. É normal.

Experimentalmente, no entanto, sabemos que quando a velocidade é baixa a força tende a ser linearmente proporcional à velocidade. Ou seja $F \propto v$. Isso significa portanto que $c = 1$. Com isso a dependência em todas as outras grandezas fica determinada:

$$F \propto r v \eta$$

Note como F não depende da massa. Essa é a chamada fórmula de Stokes para o atrito. A expressão correta é

$$F = 6\pi \eta r v$$

Ou seja, erramos por um fator de 6π! Maldito!