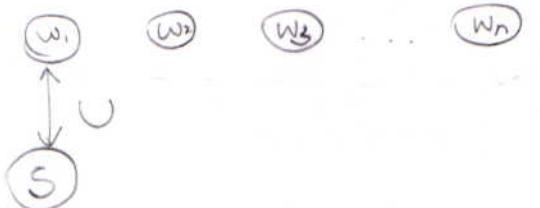


AULA 3

Modelo Colisional



* Como podemos simular uma dinâmica ϕ_t no cenário de modelos colisionais?

- Assumindo inicialmente que o sistema a cada interação interage com uma partícula nova do ambiente igualmente preparada

$$W = W^{\otimes n}$$

$$f_t = \phi_t(f_0) = \text{Tr}_{\text{amb}} \left[(U_n \otimes I \otimes \dots \otimes I) (\dots) (I \otimes \dots \otimes U_1) (f_0) \otimes W^{\otimes n} \right] (U_1 \otimes \dots \otimes I) (\dots) (I \otimes U_n)$$

$$= \phi_{t\Delta t}^{(n)}(f_0)$$

$$U = e^{-iH\Delta t/\hbar} \Rightarrow$$

$$\text{Uma colisão } f(\Delta t) = \text{Tr}_{\text{amb}} \left[U (f_0^{\otimes n}) U^\dagger \right]$$

$$= \phi_{\Delta t}(f_0)$$

Simulando
uma dinâmica
Markoviana

Como usar esse formalismo para simular uma dinâmica NM?

Vamos analisar o exemplo que é bastante útil de 1 qubit:

$$\phi(\rho) = q_x \sigma_x \rho \sigma_x + q_y q_y \rho \sigma_y + q_z \sigma_z \rho \sigma_z$$

onde $q_x, q_y, q_z > 0$ ($q_x q_y q_z \neq 0$) $q_x + q_y + q_z = 1$.

(Note que é possível mostrar que qualquer mapa individual de 1-qubit é a menor de uma unidade equivalente a esse mapa)

→ Wolf e Cirac

Commun. Math. Phys. 279,
147 (2008).

Se $q_x = q_y = q_z = 1/3 \Rightarrow$ Quantum not gate

$$\rho \rightarrow 1 - \rho$$

Uma colisão

$$\phi_1(\rho) = \text{Tr}_{\text{amb}} [C (\rho \otimes w) C^*]$$

onde $C = \sigma_x \otimes |x\rangle\langle x| + \sigma_y \otimes |y\rangle\langle y| + \sigma_z \otimes |z\rangle\langle z|$

⇒ Interações condicional 1 qubit + 1 qutrit

$$\langle k|w|k\rangle = q_k \quad \text{c/} \quad k=x, y, z \quad \{ |x\rangle, |y\rangle, |z\rangle \} \\ \text{forma uma base ortogonal em } \mathbb{H}_3$$

$C \rightarrow$ não é no unitário, mas hermitiana

$$\hat{C}^2 = \sigma_x^2 |x\rangle\langle x| + \sigma_y^2 |y\rangle\langle y| + \sigma_z^2 |z\rangle\langle z| = \mathbb{1}_{\mathbb{H}_2} \otimes \mathbb{1}_{\mathbb{H}_3}$$

$$\hat{U}_\eta = e^{i\eta \hat{C}} = \cos \eta \hat{\mathbb{1}} + i \sin \eta \hat{C}$$

Possso reescrever isso como:

$$|\psi\rangle = \sum_k e^{i\eta \sigma_k} |k\rangle \langle k|$$

Vamos imaginar agora

n Colisões

A solução total é dada pela concatenção de várias U_η :

$$\begin{aligned} U_{\eta_1} \dots U_{\eta_n} &= \left(\sum_k e^{i\eta \sigma_k} |k\rangle \langle k| \right) \dots \left(\sum_k e^{i\eta \sigma_k} |k\rangle \langle k| \right) \\ &= \sum_k e^{in\eta \sigma_k} |k^n\rangle \langle k^n| \end{aligned}$$

Suponha que o ambiente é preparado de forma que

$$\langle k^n | \omega_n | k^n \rangle = q_k.$$

$$\begin{aligned} &\langle xx | \omega | xx \rangle + \\ &\langle yy | \omega | yy \rangle + \\ &\langle zz | \omega | zz \rangle \quad \left. \begin{aligned} f_k &= \sum_n |k^n\rangle \langle k^n| \\ |\Omega\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} (|xx\rangle + |yy\rangle + |zz\rangle) \\ \omega &= |\Omega\rangle \langle \Omega| \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Depois de n-colisões:

$$\begin{aligned} \phi_n(\rho) &= \text{Tr}_{\text{amb}} \left[(U_{\eta_1} \dots U_{\eta_n}) (\rho \otimes \omega_n) (U_{\eta_1} \dots U_{\eta_n})^\dagger \right] \\ &= \sum_k q_k e^{in\eta \sigma_k} \rho e^{-in\eta \sigma_k} \end{aligned}$$

Vamos escolher

$$\boxed{n = \frac{\pi}{2\eta}}$$

→ preciso de uma interação condicional

→ preciso de algum tipo de correlação no ambiente!

→ recuperamos o mapa

$$\phi(\rho) = q_x \sigma_x \rho \sigma_x + q_y \sigma_y \rho \sigma_y + q_z \sigma_z \rho \sigma_z$$

Podemos recuperar a eq. mestra:

$$\begin{aligned}\phi_j(p) &= \sum_n q_n e^{i\pi j/2n} \sigma_n p e^{-i\pi j/2n} \bar{\sigma}_n \\ &= \cos^2\left(\frac{j\pi}{2n}\right)p + \sin^2\left(\frac{j\pi}{2n}\right) \sum_n q_n \sigma_n p \bar{\sigma}_n + \frac{i}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi}{n}\right) \sum_n q_n [\sigma_n, p]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_t(p) &= \phi + \cos^2(\alpha t) (1-\phi) + \operatorname{sen}(\alpha t) \cos(\alpha t) \mathcal{F} \\ \mathcal{E}_0 &= 1 \quad \mathcal{F}(\cdot) = \left[i \sum_n q_n \sigma_n, \cdot \right] \quad \alpha = \frac{\pi}{2n}\end{aligned}$$

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{d\beta_t}{dt} = \frac{d\phi_t \phi_t^{-1}(\beta_t)}{dt} = L_t(\beta_t)$$

$$\beta_t = \phi_t(p) \quad \phi_t = e^{\beta_t} \quad \phi_t \phi_t^{-1}(\beta_t) = \phi_t(p)$$

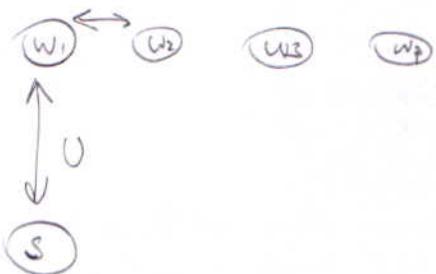
$$L_t(x) = \frac{i}{\pi} \sum_j h_j [x, \sigma_j] + \frac{1}{\omega} g_u([\hat{\phi}_j, x_{\hat{u}}]) + [\hat{\phi}_j x, \sigma_u]$$

↓
Depende de g_u se a dinâmica é Gaussiana ou não
⇒ está cont.

Vantagem dos modos: - conseguimos claramente isolar o que é spato da interações ou do ambiente.

Existem basicamente dois tipos diferentes de modelo colisional:

- Grandes correlações durante a dinâmica



$$1) \hat{U}_{Si} = e^{-i\hat{H}_{Si}\tau} \rightarrow \text{mapa} \\ U = U_B U^+$$

- 2) Operações de Swapping entre as partículas do ambiente

$$\rho = \rho_0$$

$$W_{amb} = |0^{*n}\rangle\langle 0^{*n}|$$

$$\phi_{swap}^{i+1,i} [\cdot] = (1-p)(\cdot) + p S_{i+1,i}(\cdot) \hat{S}_{i+1,i}$$

$$S \rightarrow \text{swap} \quad \begin{matrix} |00\rangle\langle 00| \\ |10\rangle\langle 10| \\ |01\rangle\langle 01| \\ |11\rangle\langle 11| \end{matrix}$$

$$\sigma_n = (\mathcal{U}_{Sn} \circ \phi_{swap}^{n,n-1} \dots \circ \mathcal{U}_2 \circ \phi_{swap}^{2,1} \circ \mathcal{U}_1) [\rho_0]$$

$$\sigma_n = (1-p) \sum_{j=1}^{n-1} p^{j-1} \mathcal{U}_{Sn} [\sigma_{n-j}] + p^{n-1} \mathcal{U}_{Sn} [\sigma_0] \quad \mathcal{U}_{Sn} [\sigma] = \\ e^{i\hat{H}_{Sn} j \tau} \sigma e^{-i\hat{H}_{Sn} j \tau}$$

$$\rho_{Sn} = (1-p) \sum_{j=1}^{n-1} p^{j-1} \phi_j [\rho_{n-j}] + p^{n-1} \phi_n [\rho_0]$$

$$\phi_j [\rho] = \text{Tr}_B \left[\mathcal{U}_{Sn}^j (\rho \otimes |000\rangle\langle 000|_B) \right]$$

* Mostrar $p=0!$

• Ambiente já foi preparado em estado c/ correlações

* Será que só correlações é suficiente para gerar uma dinâmica NM?

Interações condicional: $\hat{A} = \eta (\mathbb{1} \otimes I_0) \langle 0 | + \sum_i \sigma_i | 0 \rangle \langle i |)$

$$i = x, y, z$$

Uma colisão $\omega = (1 - \sum p_i) | 0 \rangle \langle 0 | + \sum_i p_i | i \rangle \langle i |$

$$0 < p_i < 1$$

$$0 \leq \sum p_i \leq 1$$

$$U(\tau) = \cos(n\tau) - i \frac{\hbar}{n} \sin(n\tau)$$

$$\rho(t+\tau) = \text{Tr}_{\text{Amb}} [U(\tau) (\rho(t) \otimes \omega) U(\tau)^+]$$

$$= (1 - \sum p_i) \rho(t) + \sum_i p_i \sigma_i (\rho(t)) \sigma_i$$

Cenários mais simples \Rightarrow duas colisões

$$\omega = |R_2\rangle \langle R_2|$$

$$\begin{aligned} |R_2\rangle &= (1 - p_1 - p_2) |00\rangle + \sqrt{1-p_1-p_2} (\sqrt{p_1} |01\rangle + \sqrt{p_2} |02\rangle) \\ &\quad + \sqrt{p_1} \sqrt{1-2[qp_1(1-q)p_2]} |10\rangle \\ &\quad + \sqrt{p_2} \sqrt{1-2[qp_2 + (1-q)p_1]} |20\rangle + \\ &\quad + \sqrt{2q} (p_1 |11\rangle + p_2 |22\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(t+2\tau) &= \text{Tr}_{\text{amb}} \left[U(\tau) U^\dagger(\tau) (f(t) \otimes |R_1\rangle\langle R_2|) U(\tau) U^\dagger(\tau) \right] \\
 &= (1-p_1-p_2) \left[(1-p_1-p_2)f(t) + p_1 \sigma_1 f(t) \sigma_1 + p_2 \sigma_2 f(t) \sigma_2 \right] \\
 &\quad + 2q(p_1^2 + p_2^2) f(t) + p_1 \left\{ 1 - 2[qp_1 + (1-q)p_2] \right\} \sigma_1 f(t) \sigma_1 \\
 &\quad + p_2 \left\{ 1 - 2[qp_2 + (1-q)p_1] \right\} \sigma_2 f(t) \sigma_2 + 2(1-q)p_1 p_2 (\sigma_1 \sigma_2 f(t) \sigma_2 \sigma_1 \\
 &\quad + \sigma_2 \sigma_1 f(t) \sigma_1 \sigma_2)
 \end{aligned}$$

Imagine um único canal ($p_1 = p_2 = p$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$)

$$p_1 = p_2 = p$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$$

$$\begin{aligned}
 f(t+2\tau) &= (1-2p) \left[(1-2p)f(t) + 2p \sigma f \sigma \right] \\
 &\quad + 2q(2p^2) f(t) + 2p \left\{ 1 - 2[qp + (1-q)p] \right\} \sigma f \sigma + 2(1-q)p^2(2f) \\
 &= (1-2p) \left[f(t+\tau) \right] + 4 \tilde{f}(t) + 2p \left\{ 1 - 2p \right\} \sigma f \sigma = \\
 &= (1-2p) \left[f(t+\tau) \right] + 2p \underbrace{\left[2p f(t) + (1-2p) \sigma f(t) \sigma \right]}_{\sigma f(t+\tau) \sigma} = \\
 &\quad \sigma f(t+\tau) \sigma = (1-2p) \sigma f(t) \sigma + 2p f(t)
 \end{aligned}$$

→ Dinâmica Markovi anal.

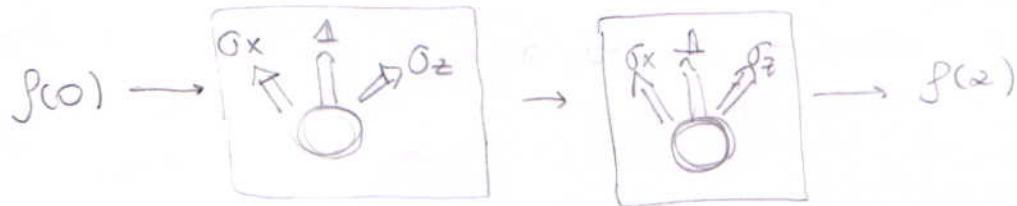
Como

AULA 4

- Experimentar de NM um informação quântica:
 - maioria é uma simulação do efeito de um ambiente
 - plataforma mais usada: ótica
 - sistema: grau de polarizações do fóton
 - efeito do amb.: - correntes (uso de airions de fíxe)
 - algum outro grau de liberdade dos fótons (frequência)
- Resonância Magnética Nuclear

Ex. modelo clássico \Rightarrow Transições Mag. \rightarrow NM \rightarrow essencial NM forte?

NKB, Carvalho, Monken, Santos PRA 90, 03211 (2014)



Uma colisão

$$f(1) = p_0 f + p_x \sigma_x p_0 x + p_z \sigma_z p_0 z$$

$$\phi_{10}(p) =$$

Duas colisões

$$f(2) = \phi_{20}(p) = \sum_{ij} \sigma_i \sigma_j f \sigma_j \sigma_i$$

$$v_{ij} = x_{ij} z$$

$$\sigma_0 = 1, \sigma_x = \sigma_x, \sigma_y = \sigma_y$$

$$\sigma_z = \sigma_z$$

Markoviana

$$P_{ij} = p_i p_j$$

$$\phi_{20}(p) = \phi_{20}(\phi_{10}(p))$$

Não-Markoviana

$$p_x = p_z = 1/2$$

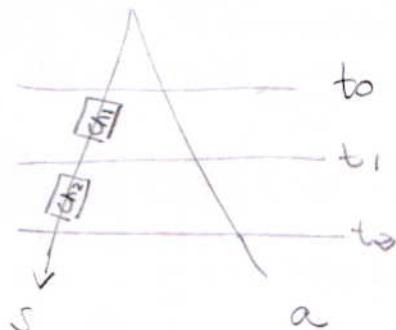
$$p_{xx} = p_{zz} = 1/2$$

$$f(0) = p$$

$$f(1) = \frac{\sigma_x p_{xx} + \sigma_z p_{zz}}{2}$$

$$f(2) = f$$

Setup Experimental



$$p_0 = (1-\alpha\epsilon), p_x = p_z = \epsilon$$

$$p_{00} = (1-\alpha\epsilon)^2, p_{0x} = p_{0z} = p_{x0} = (1-\alpha\epsilon)\epsilon$$

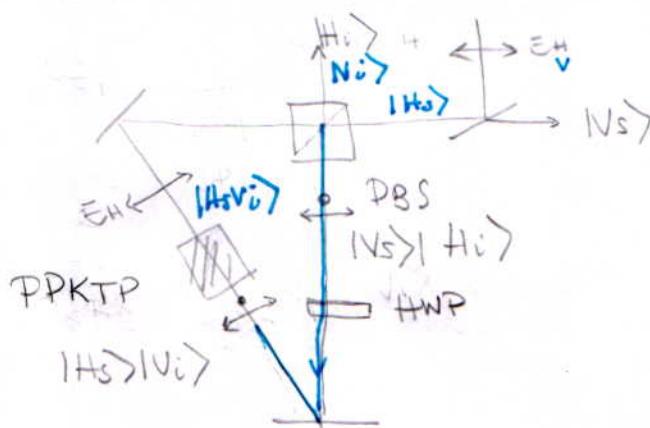
$$p_{xx} = p_{zz} = \alpha\epsilon^2$$

$$(p_{xz} = p_{zx} = 0) \text{ } \overset{\text{opção}}{\text{Opção}}$$

É este valor relacionado com o tempo que o cristal líquido está "ligado".

controlado por
voltagem

Como gerar o estado entrelaçado? Interferômetro de Sagnac + cristal não-linear



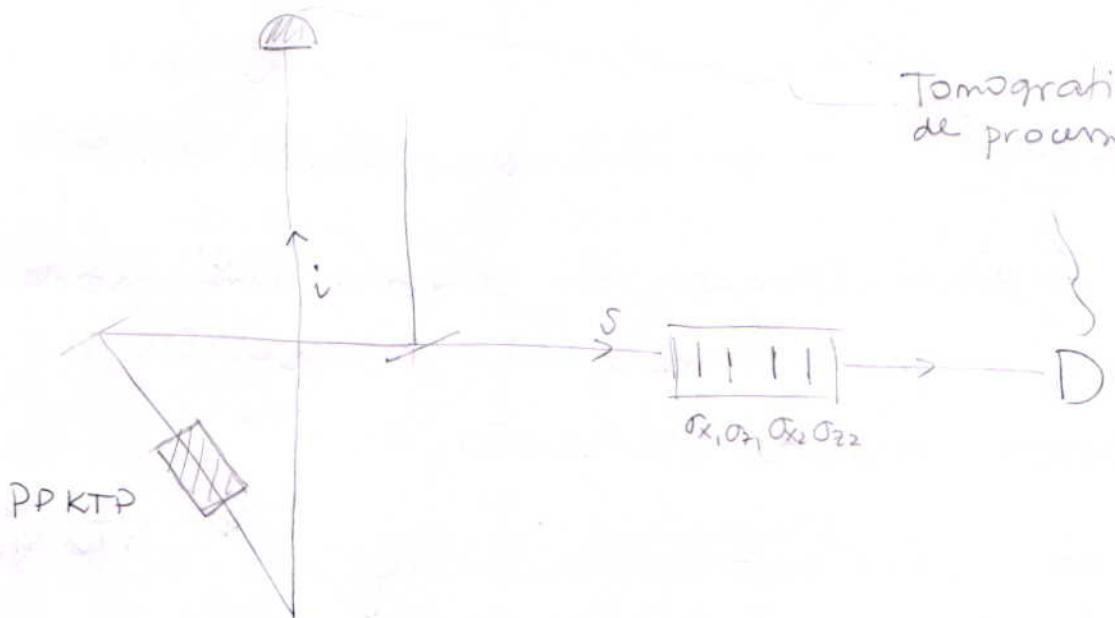
⇒ se inicio o estado

$$\frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

⇒ gera

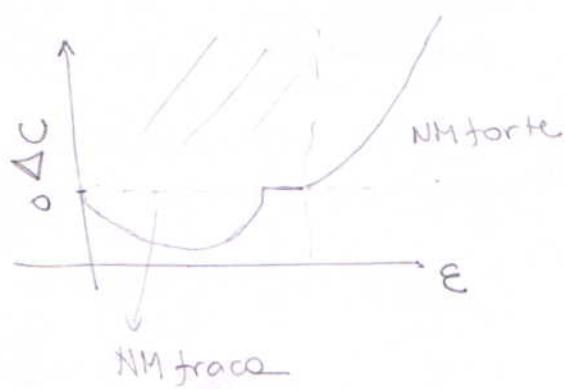
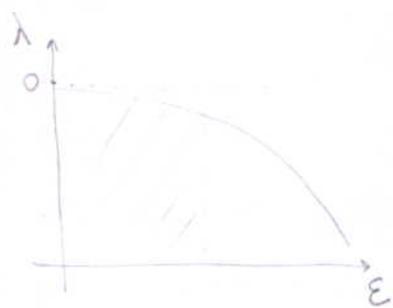
$$\frac{|H;V\rangle + |V;H\rangle}{\sqrt{2}}$$

Tomografia de processos



→ Gostaríamos de identificar uma dinâmica NM fraca → não vai ser identificado por uma testemunha

- reconstruções do mapa (tomografia de processo)
- testemunha de emaranhamento (concorrência) (tomografia de estado)
 - ↳ def de concorrência



Evol. de um sistema fotônico pode transitar entre diferentes regimes → efeito causado pela simples modulações da prob. de fôton sofre uma notação

→ mesmo mecanismo físico → nada necessariamente fundamental

→ Imagina que queremos testar se temos muitos tracos de correlações → por exemplo gerações de números aleatórios

→ gostariam de pensar um modelo, onde pudessemos testar o limite que imperfeições no experimento podem atrapalhar a detecção de NM.

→ experimento mais preciso é a ressonância magnética nuclear

Modelo: $W_{Ans} = \frac{q}{2} (|00\rangle\langle 00| + |11\rangle\langle 11|) + \frac{(1-q)}{2} (|01\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10|)$

$$U = e^{i\eta_0 x} \otimes |0\rangle\langle 0| + e^{i\eta_0 y} \otimes |1\rangle\langle 1|$$



sempre tem pelo menos um par que dá aumento na distinguibilidade

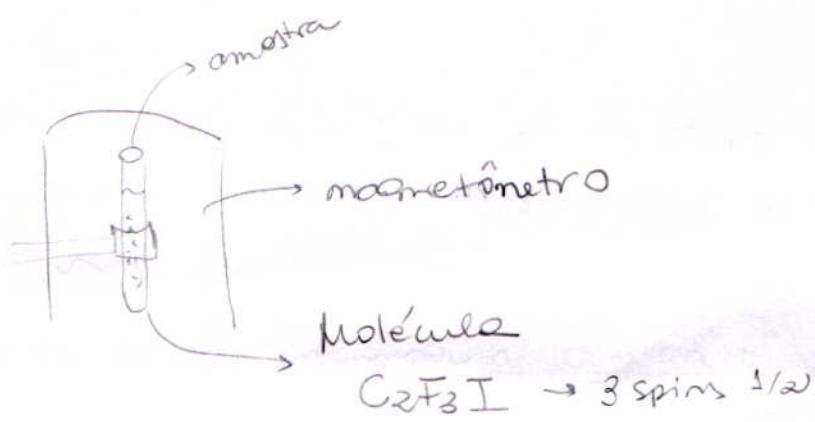
$q=0, q=1 \Rightarrow$ classicamente totalmente correlacionado/
anticorrelacionado

$q=\frac{1}{2} \Rightarrow$ s/ correlações

$$\hat{S}_1(\theta) = |0\rangle\langle 0|$$

$$\hat{S}_2(\theta) = |1\rangle\langle 1|$$

Experimento:

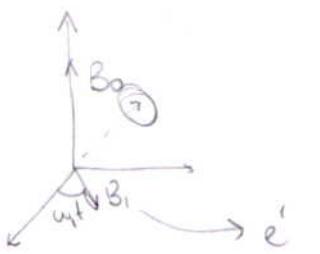


O Hamiltoniano do sistema é

$$H = \sum_n \underbrace{\hbar(\omega_n - \omega_s)}_{\text{esta no ref. girante}} \frac{\sigma_z^n}{\omega} + \sum_{k \neq m} \hbar \frac{2\pi}{4} J_{km} \sigma_z^k \otimes \sigma_z^m$$

↓
interações spin-spin

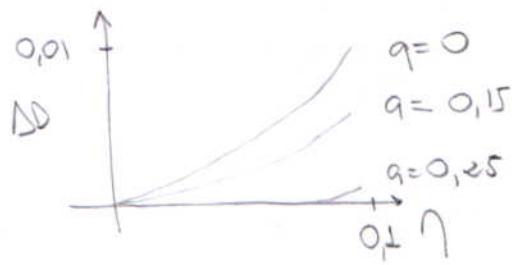
esta no ref. girante


$$H_{rf} = \frac{\hbar \omega_r}{\omega} [\sigma_x \cos \phi + \sigma_y \sin \phi]$$

é criado por pulsos de rádio-frequência



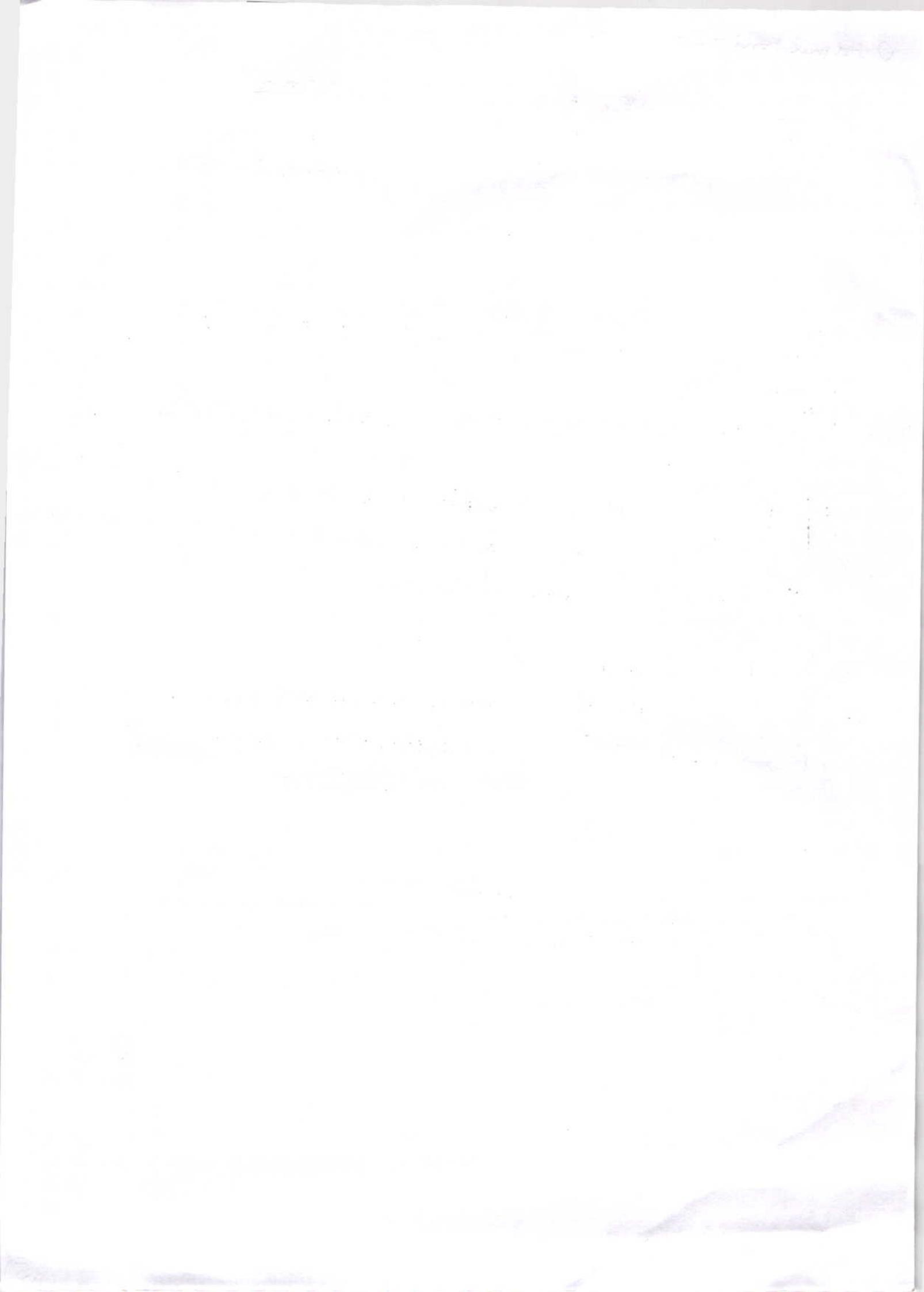
→ p/ conseguir o efeito da colisão →
roda os spins como em queiro e deixa
eles interagirem



→ efeitos de NM podem ser
escondidos pelas imperfeições
do experimento

- como lemos essa informação
↑ momento angular associado! Leis de Maxwell
⇒ campo magnético oscilante ⇒ campo elétrico





AULA 5

NM para variáveis contínuas

→ def. grupo de NM

Motivação

• Podemos pensar no campo eletromagnético quantizado, cujo Hamiltoniano é descrito por um sistema de osciladores harmônicos, também chamados de modo do campo

$$H = \sum_{n=1}^N \omega_n (\hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n + \frac{1}{2}) \quad \rightarrow \text{introduzir ops. de aniquilação e criação}$$

$$\hat{q}_n = (\hat{a}_n + \hat{a}_n^\dagger)$$

$$\hat{p}_n = (\hat{a}_n - \hat{a}_n^\dagger)/i$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_N$$

↓
espaço expandido
sua base de Fock $\{|n\rangle\}$

Passo a organizar esses operadores em um só vetor

$$\hat{\mathbf{R}} = (\hat{q}_1, \hat{p}_1, \dots, \hat{q}_N, \hat{p}_N)$$

$$[\hat{R}_i, \hat{R}_j] = i \hbar \hat{\Sigma}_{ij} \quad \text{Se } \hat{\Sigma}_{ij} \text{ é zero da forma simétrica}$$

$$\hat{\Sigma} = \bigoplus_{i=1}^n \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para representar o estado de um sistema quântico em CV, passo olhar p/ a representação no espaço de fase \Rightarrow toda a informação do estado estará contida nela em funções características (que estão relacionadas à distribuição de quasi-probabilidade: funções de Wigner)

$$\langle \hat{G} \rangle = \text{Tr}(\hat{f} \hat{G}) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dp W(x, p) g(x, p)$$

$$g(x, p) = \int_{-\infty}^{\infty} dy \langle \hat{x} - \hat{y}, \hat{p} | \hat{x} + \hat{y}, \hat{p} \rangle e^{ipy/\hbar}$$

- Vamos olhar agora para uma classe específica de estados em CV

Estados Gaussianos

Por definição, é o conjunto de estados gaussianos que são representados por uma função característica e dist de quasi-probabilidade gaussianas.

É possível mostrar que isso implica que o estado é completamente caracterizado

1º momento $\langle R_j \rangle = \text{Tr}(f R_j)$

2º momento // covariância $\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \langle \hat{R}_i \hat{R}_j + \hat{R}_j \hat{R}_i \rangle - \langle \hat{R}_i \rangle \langle \hat{R}_j \rangle$

cond.

$f > 0 \iff \sigma - i\omega > 0$

transformações unitárias

$$f' = U f U^\dagger \rightarrow \begin{cases} \langle R' \rangle = S R \\ \sigma' = S \sigma S^\dagger \end{cases}$$

$S \rightarrow$ transformação simplética $S \rightarrow S^\dagger = \omega$

Um mapa dinâmico ϕ_t atuando em \mathcal{S} corresponde a matrizes $2n \times 2n$ $(X(t), Y(t))$ atuando em σ como

$$\boxed{\sigma(0) \rightarrow \sigma(t) = X(t) \sigma X(t)^T + Y(t)} \quad \begin{array}{l} \text{Y matriz simétrica} \\ \rightarrow \text{mapa é} \\ \text{gaussiano} \end{array}$$

$(X(t), Y(t))$ descrevem um mapa CP se e somente se

$$Y(t) - i\mathbb{I}_2 + iX(t)\mathbb{I}_2 X(t)^T \geq 0 \quad \forall t \quad (*)$$

Mapa k-ponto (1_k $\otimes \phi$) (f) ≥ 0 $f \in L(\mathcal{H}_k \otimes \mathcal{H}_k)$

Mapa Gaussiano k-ponto

$$\sigma'_{n+k} = (X \oplus 1_k) \sigma_{n+k} (X \oplus 1_k)^T + Y \oplus 0_k + i\mathbb{I}_{2n+k} \geq 0 \quad (**)$$

Se isso é válido p/ qualquer $k \geq 0 \Rightarrow$ CP

Podemos mostrar que a condição (*) é equivalente a (**) p/ $k=1$.

$$\begin{aligned} \text{Três regimes} &\rightarrow k=1 \rightarrow \text{CP} \\ &k=0 \rightarrow ? \\ &X \sigma_{n+k} X^T + Y + i\mathbb{I}_2 \leq 0 \rightarrow \text{NP} \end{aligned}$$

Como testar se a dinâmica não fate ou trace?

$$\sigma(t) \rightarrow \sigma(t+\tau) = X_\tau(t) \sigma(t) X_\tau^T(t) + Y_\tau(t)$$

CP-dini:

$$iX_\tau(t)\mathbb{I}_2 X_\tau^T(t) + Y_\tau(t) - i\mathbb{I}_2 \geq 0$$

P- divisibilidade

$$\underbrace{X_{\tau}}_{\sim} S S^T X_{\tau}^T(t) + Y_{\tau}(t) - i \Sigma > 0$$

$$\Sigma = S S^T$$

Ex: mapas phase insensitive (mov. Browniano/
amplitude damping)

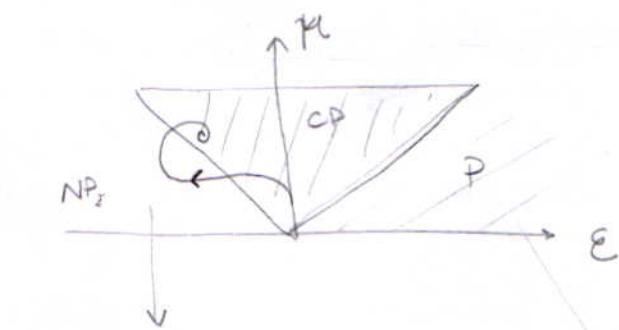
$$X_{\tau}(t) = (1 + \varepsilon_{\tau} \tau) \underline{\underline{1}}$$

$$Y_{\tau}(t) = \mu_{\tau} \tau \underline{\underline{1}}$$

↓

τ pequeno

$$\left| \begin{array}{l} X_{\tau}(t) = (1 + \varepsilon_{\tau}) \underline{\underline{1}} + \tau \vec{X}(t) + \Theta(\tau^2) \\ Y_{\tau}(t) = \tau \vec{Y}(t) + \Theta(\tau^2) \end{array} \right.$$



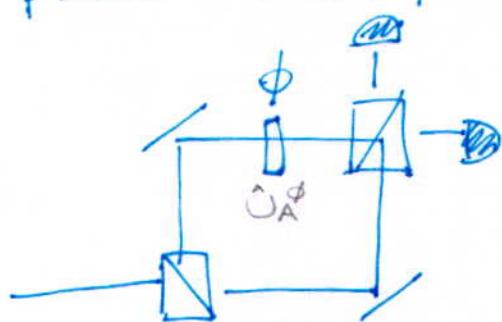
violações do
princípio da
incerteza $\langle \hat{q}^2 \rangle \langle \hat{p}^2 \rangle < 1/4$

amplificação acima do limite
quântico

Gaussian Interferometric Power

Capacidade de interferência de um estado quântico bipartido quantifica a precisão (medida p.e. int. de Fisher) que tal estado permite estimar um parâmetro onde uma das partes sofre uma transformação unitária

⇒ poder de interferometria ótica + medições de ondas gravitacionais



$$f_{AB}^{\phi} = (\hat{U}_A^{\phi} \otimes \mathbb{1}) f_{AB} (\hat{U}_A^{\phi} \otimes \mathbb{1}_c)^+$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_A^{\phi} &= \hat{V}_A \hat{W}_A \hat{U}_A \\ &\downarrow \\ &e^{i\phi \hat{n}_A} \end{aligned}$$

$$\hat{n}_A = \hat{a}^+ \hat{a}$$

run the experiment k-times ⇒ ϕ_{est}

$$\Delta\phi^+ \equiv \langle (\phi_{\text{est}} - \phi)^+ \rangle$$

$$k \Delta\phi^+ \geq \frac{1}{F(\rho_{AB}^{\phi})} \quad (\text{Cramer-Rao})$$

↓
precisade de medição do estado de prova
 ρ_{AB}^{ϕ}

Interferometric Power: ~~Função de Interferometria~~

$$P^A(f_{AB}) = \frac{1}{4} \inf_{\hat{V}_A} F(f_{AB}^{\phi, \hat{V}_A}) \Rightarrow \text{precisão mínima quantitativa por } f_{AB} \text{ é optimizada}$$

obtendo-se assim uma medida em todas as escolhas geradas por \hat{V}_A

\Rightarrow probe states of maior IP são mais precisos!

Importante

$$P^A [(\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) f_{AB} (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B)^+]$$

\Rightarrow unitários no B são irrelevantes p/ IP

\Rightarrow unitários no A podem ser observados na optimização de \hat{V}_A

\Rightarrow Na verdade é uma medida que decai monotonicamente nos mapas CPTP locais