

Mecânica Estatística - Lista 5

Professor: Gabriel T. Landi

Data de entrega: 09/06/2017

1) (1 ponto) Método de Laplace

Use o método de Laplace para estimar a seguinte integral:

$$\mathcal{I} = \int_{-1}^1 \frac{\sin x}{x} e^{-\lambda \cosh x} dx$$

no limite $\lambda \gg 1$. Note que você pode usar o Mathematica para calcular a integral numericamente e testar seu resultado. Ele deve se tornar melhor quanto maior for o valor de λ .

2) (2 pontos) Poço de potencial infinito

Em sala nós vimos como a função de partição de um gás ideal surgia naturalmente da mecânica quântica considerando os níveis de energia de uma partícula em uma caixa. No entanto, lá nos consideramos o caso de condições periódicas de contorno. Mostre que você pode obter o mesmo resultado considerando uma partícula em um poço infinito. Neste caso,

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Calcule a função de partição de uma partícula, Z_1 . Para tal você terá que transformar a soma em uma integral. Discuta quais as condições para que esta aproximação seja razoável.

3) (2 pontos) Densidade de estados

Calcule a densidade de estados de um sistema com relação de dispersão $\epsilon_{\mathbf{k}} = c\hbar|\mathbf{k}|$ em duas dimensões.

4) (2 pontos) O Big Bang (MIT)

Nos instantes logo após o Big Bang, o universo ocupava um volume muito pequeno e estava a uma temperatura muito elevada, com a matéria e a radiação em equilíbrio térmico. No entanto, quando a temperatura caiu para aproximadamente 3000 K, a matéria e a radiação se desacoplaram. Atualmente, a temperatura da radiação cósmica é estimada em 3K. Assumindo que a expansão do universo tenha sido adiabática, qual foi o aumento no volume do universo, entre o instante em que a radiação e a matéria se desacoplaram até os dias de hoje?

5) (1 ponto) Propriedades da radiação de corpo negro

Considere a radiação de corpo negro em uma cavidade de 1m^3 de volume à temperatura ambiente, $T = 300\text{ K}$.

1. Calcule a capacidade térmica C .
2. Estime o número de átomos de um gás monoatômico que dariam o mesmo valor de C .

6) (2 pontos) Pressão de radiação

Suponha que em uma certa região do espaço o campo eletromagnético esteja em equilíbrio térmico com um gás monoatômico. Se a densidade do gás for $2,69 \times 10^{19}$ átomos/cm³, qual deve ser a temperatura para que a pressão do gás se iguale à pressão de radiação? Essa pergunta é relevante pois no interior de estrelas muito massivas, a pressão de radiação se torna dominante.