Projeto de iniciação científica
Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Dinâmica de relaxação no modelo de Rabi crítico

Gabriel Oliveira Alves
Orientador: Gabriel T. Landi

Resumo

A física de sistemas fora do equilíbrio constitui um tema de pesquisa amplamente estudado atualmente. Um dos aspectos interessantes destes problemas é trazer à tona a conexão entre tópicos antes considerados desconexos. Este é caso do chamado modelo de Rabi crítico. O modelo de Rabi usual foi inicialmente introduzido no contexto do física atômica e descreve a interação de um modo do campo eletromagnético quantizado com um único átomo de dois níveis. Recentemente, no entanto, foi observado que em condições apropriadas, este modelo pode apresentar uma transição de fase quântica para uma fase superradiante [*Phys. Rev. Lett.* **115**, 180404 (2015)]. Este resultado abriu recentemente diversas possibilidades pois vêem permitindo o estudo de propriedades como criticalidade e universalidade, antes restritas à área de mecânica estatística, em plataformas de informação quântica, como íons aprisionados. O objetivo deste projeto de iniciação científica é estudar aspectos dinâmicos do modelo de Rabi crítico, com e sem dissipação. Em particular, o foco será na dinâmica de relaxação após *quenches* de não equilíbrio. Após reproduzir resultados recentes da literatura, propomos estudar como efeitos de *squeezing* no campo eletromagnético afetam esta dinâmica. Este projeto foi escolhido por lidar com um problema extremamente recente e de grande relevância atual. Além disso, ele permitirá que o estudante se familiarize com uma série de conceitos importantes na área de informação quântica, mecânica estatística e ótica quântica, sendo portanto extremamente valioso para a formação geral do estudante.

1 Introdução

As áreas de mecânica estatística de não equilíbrio e informação quântica foram, por muitos anos, vistas como praticamente desconexas. No entanto, avanços recentes na manipulação coerente de sistemas quânticos, vêm permitindo pela primeira vez realizar experimentos controlados de propriedades críticas da matéria [1] e, consequentemente, caracterizá-las usando as técnicas desenvolvidas em informação quântica [2]. Esta nova abordagem configura uma mudança de paradigma na descrição de sistemas quânticos e, nas últimas duas décadas, vêm rendendo resultados importantes para o nosso entendimento da mecânica quântica de muitos corpos [3].

Ainda mais interessante é o fato de que sistemas de poucos corpos também são capazes de apresentar comportamento crítico quando sujeitos à condições apropriadas. O primeiro exemplo deste tipo de comportamento foi a chamada bistabilidade ótica [4, 5], onde um único modo do campo eletromagnético, quando sujeito a um meio não linear, é capaz de apresentar uma transição de fase descontínua (primeira ordem). Mais recentemente, uma série de novos modelos críticos de poucos corpos foram propostos [6–8] e, inclusive, observados experimentalmente em diversas plataformas [9–12].

Neste contexto, um modelo particularmente interessante é o chamado modelo de Rabi crítico [13]. O modelo de Rabi usual descreve a interação entre um modo do campo eletromagnético e um átomo de dois níveis. Em geral, o acoplamento da radiação com o átomo é fraco, caso no qual o modelo de Rabi pode ser aproximado pelo famoso modelo de Jaynes-Cummings, cujas propriedades são bastante simples e bem entendidas. Por outro lado, no limite de acoplamento forte, que pode ser simulado em sistemas de íons aprisionados por exemplo, diversas novas propriedades passam a se manifestar [14]. E uma delas, surpreendentemente, é a existência de uma transição de fase quântica [13, 15, 16]. Essa transição, que ocorre quando o acoplamento é suficientemente forte, leva o sistema a uma fase superradiante, semelhantemente ao modelo de Dicke [6, 17, 18].

Uma pergunta natural que emerge destes resultados recentes diz respeito a *dinâmica de relaxação* destes modelos, principalmente após a realização de *quenches*. A descrição dinâmica de sistemas críticos, sejam eles clássicos ou quânticos, corresponde em geral a uma tarefa extremamente complexa, tanto do ponto de vista analítico ou numérico, quanto experimental. A constatação de que tais propriedades possam ser entendidas também no caso de sistemas simples como este abre, portanto, uma série de novas possibilidades. O objetivo deste projeto é a realização de um estudo sobre as propriedades dinâmicas do modelo de Rabi crítico, com e sem dissipação. A primeira etapa do projeto consistirá em reproduzir os resultados das Refs. [13, 15, 16]. Em seguida, estudaremos como a introdução de um reservatório de *squeezing* no campo eletromagnético afeta tais propriedades dinâmicas.

Este tópico de pesquisa foi escolhido por dois motivos principais. Primeiro pois se trata de um assunto recente e de grande interesse atual. E, segundo, pois envolve uma combinação de técnicas e conceitos que extremamente poderosos nas áreas de mecânica estatística de não-equilíbrio e informação quântica, permitindo assim alçar o estudante para a fronteira do conhecimento. Mencionamos também que este trabalho contará com a colaboração do Dr. Ricardo Puebla, um dos autores da Ref. [13], que atualmente é pós-doutorando no grupo do Prof. Mauro Paternostro, da Queen's University em Belfast, instituição com a qual possuímos atualmente um projeto FAPESP Sprint ativo (projeto número 2017/50304-7).

2 Formulação teórica

O modelo de Rabi crítico é descrito pelo seguinte Hamiltoniano:

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{\Omega}{2}\sigma_z - \lambda(a + a^\dagger)\sigma_x, \tag{1}$$

onde a representa o operador de aniquilação de um modo bosônico de frequência ω e σ_i são as matrizes de Pauli que descrevem um átomo de dois níveis de frequência natural Ω. No limite em que o acoplamento λ é fraco, o Hamiltoniano (1) pode ser aproximado pelo modelo de Jaynes-Cummings, que é facilmente diagonalizável. No presente caso, estamos interessados no limite oposto de acoplamento forte. Mais do que isso, estamos interessados no limite em que $\Omega \to \infty$, $\lambda \to \infty$ mas $\lambda/\sqrt{\Omega}$ permanece finito. Dessa forma, é possível pensar na frequência Ω como o análogo do número de partículas em transições de fase convencionais.

Como foi demonstrado em [13], neste limite o Hamiltoniano (1) apresenta uma transição de fase quântica com relação ao parâmetro $g = 2\lambda/\sqrt{\omega\Omega}$. Para $g < 1$ o sistema apresenta uma fase denominada normal caracterizada por uma ocupação finita

$$\langle a^\dagger a\rangle = -\frac{1}{4}\ln(1-g^2), \tag{2}$$

e um gap de energia entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado

$$\Delta = \omega\sqrt{1-g^2}. \tag{3}$$

Quando g atinge o ponto crítico $g_c = 1$ o gap se fecha, assim como usualmente observado em transições de fase quânticas.

Por outro lado, quando $g > g_c$ o sistema entra em uma fase superradiante, caracterizada por uma ocupação

$$\langle a^\dagger a\rangle = -\frac{1}{4}\ln(1-g^{-4}) + \frac{\Omega}{4\omega}\frac{(g^4-1)}{g^2}. \tag{4}$$

Ou seja, na fase superradiante o número de ocupação do modo eletromagnético adquire um termo proporcional a Ω e que portanto diverge no limite $\Omega \to \infty$. Se definirmos então o número de fótons normalizado $n_c = (\omega/\Omega)\langle a^\dagger a\rangle$, obtemos no limite $\Omega \to \infty$

$$n_c = \begin{cases} 0 & g < g_c = 1, \\ \dfrac{g^4 - g_c^4}{4g^2} & g > g_c. \end{cases} \tag{5}$$

Ou seja, n_c é nada menos que o parâmetro de ordem para a transição.

Possíveis aplicações e extensões

A discussão acima teve como objetivo ilustrar a idéia básica por trás do comportamento crítico do modelo de Rabi. Naturalmente, uma vez estabelecido este formalismo, é possível estudar uma enorme gama de situações físicas de interesse. Por exemplo, é possível estudar a dinâmica do modelo de Rabi após *quenches* no parâmetro g e entender sua relação com o famoso mecanismo de Kibble-Zurek [19]. Ou seja, primeiro prepara-se o sistema no estado fundamental do Hamiltoniano (1) com um certo parâmetro g_0. Em seguida, muda-se abruptamente g para um novo valor g_1 de tal forma que o estado deixa de ser um autoestado. A questão relevante neste caso é como se dá a evolução do sistema nos casos onde a mudança de g_0 para g_1 cruza o ponto crítico. Ou, também, no caso em que $g_1 \equiv g_c$.

Outra generalização natural é a inclusão de elementos adicionais como, por exemplo, dissipação via o formalismo de Lindblad. Neste caso, o sistema passa a ser descrito pela equação mestra [16, 20]

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathcal{L}(\rho) = -i[H,\rho] + \kappa\Big[a\rho a^\dagger - \frac{1}{2}\{a^\dagger a, \rho\}\Big]. \tag{6}$$

O segundo termo descreve as perdas de fótons, por exemplo no caso de uma cavidade sujeita a espelhos semi-transparentes. A inclusão de um elemento dissipativo possui um paralelo direto com o desenvolvimento no modelo de Dicke. Além disso, ela busca melhor refletir a realidade experimental no caso de implementações físicas controladas, como por exemplos íons aprisionados ou átomos em cavidades.

No caso da Eq. (6) a transição de fase passa a ser denominada de transição dissipativa [8, 21]. Neste caso, a transição deixa de ser marcada pelo fechamento do *gap* de energia do Hamiltoniano e passa a ser caracterizada pelo fechamento do gap do *Liouvilliano* $\mathcal{L}(\rho)$ na Eq. (6). O Liouvilliano é um superoperador que possui, em geral, um único autovalor nulo, que corresponde ao estado estacionário da Eq. (6). Além disso, por uma questão de estabilidade, todos os outros autovalores devem possuir parte real negativa. Portanto, o gap do Liouvilliano pode ser definido como o valor, em módulo, do primeiro autovalor não nulo de $\mathcal{L}$. Esta discussão, que foi realizada pela primeira vez em [8], incentivou um enorme interesse pelo tema, culminando com diversas observações experimentais de transições de fase dissipativas [9–12].

3 Objetivos do projeto

Listamos abaixo os objetivos do projeto, bem como as diretrizes que o estudante deverá seguir para completá-los:

1. Estudar as propriedades de equilíbrio do modelo de Rabi crítico. Este estudo será baseado na Ref. [13] e consiste em entender o método perturbativo de Schrieffer-Wolff, utilizado pelos autores para transformar o modelo de Rabi para uma forma onde cálculos analíticos são possíveis.
2. Estudar quenches de não equilíbrio e o mecanismo de Kibble-Zurek no caso de dinâmica unitária. Este estudo será baseado nas Refs. [13, 15, 19].
3. Estudar a versão dissipativa do modelo de Rabi crítico, introduzida na Ref. [16], juntamente com os avanços recentes na descrição de transições de fase dissipativas, baseando-se nas Refs. [8, 21].
4. Introduzir o efeito de um reservatório com squeezing na descrição do modelo dissipativo e entender como a presença deste ingrediente afeta a dinâmica de não-equilíbrio. Este estudo será baseado em um trabalho recente do Prof. Landi [22] que versa sobre técnicas no espaço de fase envolvendo banhos com squeezing.

Esta lista de objetivos foi elaborada tendo em mente um ano de projeto. Ela consiste tanto em uma revisão da bibliografia recente, quanto a uma contribuição original pelo estudante.

4 Resumo das técnicas e conceitos envolvidos no projeto

Como mencionado na introdução, este projeto foi escolhido não apenas por se tratar de um tema de pesquisa atual. Mas também por envolver um conjunto amplo de técnicas e conceitos utilizados em mecânica estatística de não-equilíbrio, física de muitos corpos, ótica quântica e informação quântica. Dessa forma, vemos neste projeto uma ótima oportunidade para alçar o estudante para a fronteira do conhecimento nestas respectivas áreas. Abaixo listamos quais as principais técnicas e conceitos que o estudante irá se familiarizar durante o decorrer deste projeto:

- Os modelos de Rabi e Jaynes-Cummings [14, 23].
- Transições de fase quânticas [24] e o modelo de Dicke [6, 17, 18].
- Dinâmica de Lindblad [20] e cavidades dissipativas.
- Transições de fase dissipativas [8, 21].
- Teoria de perturbação de Schrieffer-Wolff e aplicações à física de muitos corpos [25].
- Mecanismo de Kibble-Zurek [19].
- Squeezing de modos bosônicos [20] e reservatórios de não-equilíbrio [22].

5 Conclusões

O presente projeto visa introduzir o estudante ao problema de transições de fase quânticas e dissipativas no contexto do modelo de Rabi crítico. Este é um projeto interdisciplinar que se encontra na fronteira entre a mecânica estatística de não-equilíbrio e a informação quântica, passando também por conceitos de ótica quântica e física de muitos corpos. O projeto está dividido em duas etapas, a primeiro se referindo a um estudo aprofundado da literatura e a segundo sendo uma contribuição original do estudante. Como já mencionado na introdução, este projeto também se beneficiará da expertise do Dr. Ricardo Pueblas, um dos autores do trabalho que introduziu o modelo de Rabi dissipativo pela primeira vez e é atualmente pós-doutorando no grupo do Prof. Mauro Paternostro, na Queen's University em Belfast, com quem possuímos um projeto FAPESP Sprint ativo (2017/50304-7).

References

[1] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms," *Nature*, vol. 415, no. 6867, pp. 39–44, 2002.

[2] R. Islam, R. Ma, P. M. Preiss, M. Eric Tai, A. Lukin, M. Rispoli, and M. Greiner, "Measuring entanglement entropy in a quantum many-body system," *Nature*, vol. 528, no. 7580, pp. 77–83, 2015.

[3] A. M. Kaufman, M. E. Tai, A. Lukin, M. Rispoli, R. Schittko, P. M. Preiss, and M. Greiner, "Quantum thermalization through entanglement in an isolated many-body system," *Science*, vol. 353, p. 794, 2016.

[4] P. D. Drummond and D. F. Walls, "Quantum theory of optical bistability. I. Nonlinear polarisability model," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 13, no. 2, pp. 725–741, 1999.

[5] W. Casteels, R. Fazio, and C. Ciuti, "Critical dynamical properties of a first-order dissipative phase transition," *Physical Review A*, vol. 95, no. 1, p. 012128, 2017.

[6] N. Lambert, C. Emary, and T. Brandes, "Entanglement and the phase transition in single-mode superradiance.," *Physical review letters*, vol. 92, no. February, p. 073602, 2004.

[7] M. J. Hartmann, F. G. Brandão, and M. B. Plenio, "Strongly interacting polaritons in coupled arrays of cavities," *Nature Physics*, vol. 2, no. 12, pp. 849–855, 2006.

[8] E. M. Kessler, G. Giedke, A. Imamoglu, S. F. Yelin, M. D. Lukin, and J. I. Cirac, "Dissipative phase transition in a central spin system," *Physical Review A*, vol. 86, p. 012116, 2012.

[9] H. J. Carmichael, "Breakdown of photon blockade: A dissipative quantum phase transition in zero dimensions," *Physical Review X*, vol. 5, no. 3, p. 031028, 2015.

[10] T. Fink, A. Schade, S. Hofling, C. Schneider, and A. Imamoglu, "Signatures of a dissipative phase transition in photon correlation measurements," *Nature Physics*, vol. 14, pp. 365–369, 2018.

[11] J. M. Fink, A. Dombi, A. Vukics, A. Wallraff, and P. Domokos, "Observation of the photon-blockade breakdown phase transition," *Physical Review X*, vol. 7, p. 011012, 2017.

[12] M. Fitzpatrick, N. M. Sundaresan, A. C. Y. Li, J. Koch, and A. A. Houck, "Observation of a dissipative phase transition in a one-dimensional circuit QED lattice," *Physical Review X*, vol. 7, p. 011016, 2017.

[13] M. J. Hwang, R. Puebla, and M. B. Plenio, "Quantum Phase Transition and Universal Dynamics in the Rabi Model," *Physical Review Letters*, vol. 115, p. 180404, 2015.

[14] D. Braak, "Integrability of the Rabi model," *Physical Review Letters*, vol. 107, p. 100401, 2011.

[15] R. Puebla, M. J. Hwang, and M. B. Plenio, "Excited-state quantum phase transition in the Rabi model," *Physical Review A*, vol. 94, p. 023835, 2016.

[16] M.-J. Hwang, P. Rabl, and M. B. Plenio, "Dissipative Phase Transition in the Open Quantum Rabi Model," no. 1, pp. 1–14, 2017.

[17] R. H. Dicke, "Coherence in spontaneous radiation processes," *Physical Review*, vol. 93, no. 1, pp. 99–110, 1954.

[18] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke, and T. Esslinger, "Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity.," *Nature*, vol. 464, no. 7293, pp. 1301–1306, 2010.

[19] B. Gardas, J. Dziarmaga, and W. H. Zurek, "Dynamics of the quantum phase transition in the one-dimensional Bose-Hubbard model: Excitations and correlations induced by a quench," *Physical Review B*, vol. 95, no. 10, pp. 1–11, 2017.

[20] C. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*. Springer, 3rd ed., 2004.

[21] F. Minganti, A. Biella, N. Bartolo, and C. Ciuti, “Spectral theory of Liouvillians for dissipative phase transitions,” *arXiv*, pp. 1–13, 2018.

[22] J. P. Santos, G. T. Landi, and M. Paternostro, “The Wigner entropy production rate,” *Physical Review Letters*, vol. 118, p. 220601, 2017.

[23] S. Haroche and J.-M. Raimond, *Exploring the quantum: atoms, cavities and photons*. Oxford University Press, 2006.

[24] S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions*. Cambridge University Press, 1998.

[25] S. Bravyi, D. P. DiVincenzo, and D. Loss, “Schrieffer-Wolff transformation for quantum many-body systems,” *Annals of Physics*, vol. 326, no. 10, pp. 2793–2826, 2011.