Universidade de São Paulo
Projeto de mestrado

Irreversibilidade e fluxo de informação em sistemas quânticos não Markovianos

Pedro Vinicius Portugal
Orientador: Gabriel Teixeira Landi

Resumo

A evolução de sistemas quânticos abertos constitui um tema amplamente estudado atualmente, com ramificações que vão desde a informação quântica até transições de fase quânticas e fenômenos de transporte em física da matéria condensada. Neste contexto, uma linha particularmente ativa de pesquisa diz respeito à dinâmicas não-Markovianas; ou seja, evoluções que dependem de maneira sensível da história do sistema. Sistemas não-Markovianos surgem naturalmente em diversos contextos relevantes como, por exemplo, na evolução de átomos ultra-frios em redes óticas. Além disso, resultados recentes indicam que a não-Markovianidade pode ser utilizada como um recurso em tarefas de informação quântica e computação quântica. Uma característica central da não-Markovianidade é a possibilidade de haver um refluxo de informação do ambiente para o sistema. Apesar de sua relevância evidente, ainda existem atualmente diversos aspectos em aberto no que diz respeito à quantificação desse refluxo. Neste projeto propomos relacionar o refluxo de informação com o conceito de produção de entropia, originalmente desenvolvido no contexto da termodinâmica. Com isso, pretendemos separar qual a contribuição reversível, que pode ser usada como um recurso, da contribuição irreversível que emerge quando lidamos com um reservatório macroscópico. Para realizar tal tarefa, estudaremos modelos bosônicos exatamente solúveis, para os quais o grau de não-Markovianidade pode ser controlado. Para caracterizar a produção de entropia, usarmos o conceito de medidas entrópicas no espaço de fase, recentemente desenvolvido pelo grupo do Prof. Landi e que permite uma caracterização mais geral da irreversibilidade de sistemas.

1 Introdução

Desde o advento da mecânica quântica, tornou-se claro que o ruído possui um papel essencial na evolução de sistemas quânticos [1]. Isso foi particularmente importante nos primórdios da física atômica e no desenvolvimento de dispositivos como, por exemplo, o Laser, onde o uso de técnicas de processos estocásticos mostrou-se absolutamente essencial [2]. Esta necessidade levou ao desenvolvimento de um conjunto amplo de técnicas teóricas e computacionais, como as equações mestras quânticas [3, 4], os mapas de Kraus e dilatações de Stinespring [5], o método de funções de onda estocásticas [4], etc. Parte deste desenvolvimento seguiu de perto avanços experimentais na manipulação coerente de sistemas quânticos [6]. Atualmente, o conceito de "engenharia de reservatórios" se tornou uma realidade, permitindo a realização de experimentos onde a interação do sistema com o ambiente pode ser controlada de maneira detalhada [7, 8].

Em paralelo, a evolução dos conceitos de teoria de informação e suas ramificações na mecânica quântica colocaram em evidência o papel informacional da interação do sistema com o ambiente. Quando o ambiente é suficientemente grande e está fracamente acoplado com o sistema, perturbações nesse se dispersam e nunca mais retornam. Consequentemente, a evolução num dado instante depende somente do estado num tempo imediatamente anterior. Este tipo de dinâmica é dita Markoviana. Por outro lado, quando o tamanho do reservatório é finito ou quando o reservatório é fortemente acoplado ao sistema, parte da informação transmitida pelo sistema ao ambiente pode eventualmente retornar, fazendo com que a evolução do sistema dependa de toda a sua história em tempos anteriores. Uma dinâmica não-Markoviana é caracterizada, portanto, pela possibilidade de haver um refluxo de informação, do ambiente para o sistema.

Esse aspecto informacional da não-Markovianidade, junto com a possibilidade de utilizá-la como um recurso no desenvolvimento de tecnologias quânticas, levou a uma explosão de estudos recentes sobre o assunto [9–31]. No entanto, uma pergunta que permanece em aberto, diz respeito à relação entre refluxo de informação e irreversibilidade. Uma dinâmica Markoviana é claramente irreversível. No entanto, o conceito de irreversibilidade deixa de ser claro no caso não-Markoviano. Por exemplo, no caso extremo onde o refluxo de informação é total (ou seja, onde o sistema eventualmente volta para o estado inicial) a dinâmica será completamente reversível. Em casos intermediários, haverá apenas parte do refluxo de informação e, portanto, a dinâmica será apenas parcialmente irreversível. Quantificar essa relação entre refluxo de informação e irreversibilidade constitui, portanto, uma questão relevante no entendimento da não-Markovianidade de sistemas quânticos abertos.

Este é o objetivo central deste trabalho. Para tal, o trabalho será dividido em duas etapas. Primeiro, estudaremos dilatações bosônicas Gaussianas, para os quais o grau de não-Markovianidade pode ser finamente controlado [29, 32–34]. Todas as grandezas entrópicas deste problema, incluindo as correlações entre o sistema e o ambiente, serão calculadas usando a idéia de medidas entrópicas no espaço de fase, recentemente desenvolvidas pelo grupo do Prof. Landi [35]. No caso Markoviano, a principal vantagem deste formalismo é a possibilidade de identificar correntes de probabilidade no espaço de fase que são responsáveis pelo surgimento da irreversibilidade como uma propriedade emergente. Na segunda etapa do projeto, usaremos o mapeamento em pseudo-modos [29, 36–38] que consiste em transformar um problema não-Markoviano em um problema Markoviano de um sistema interagindo com uma ancila. Através desse mapeamento, podemos recuperar as medidas de irreversibilidade desenvolvidas recentemente no caso Markoviano [35] e portanto extrair a componente genuinamente irreversível da dinâmica não-Markoviana. Se executado como planejado, este resultado representará o primeiro passo na extração da componente genuinamente irreversível de uma dinâmica não-Markoviana, um passo importante na descrição e possível aplicação deste tipo de sistema.

O Prof. Landi já possui ampla experiência com sistemas quânticos abertos e dinâmica de sistemas bosônicos [35, 39–49]. Aspectos relacionados à não-Markovianidade contarão com a ajuda dos Profs. Diogo Soares-Pinto do IFSC-USP [30], Fernando Semião, da UFABC [31] e Raphael Drummond da UFMG, todos os quais já possuem experiência na área de sistemas não-Markovianos. A pesquisa contará também com a colaboração do Prof. Mauro Paternostro, da Queen's University em Belfast, sob o auxílio do projeto FAPESP SPRINT 2017/50304-7 e com a colaboração dos Profs. Gerardo Adesso e Tommaso Tufarelli, da University of Nottingham, sob auxílio do Projeto FAPESP-UoN-UoB 2017/07973-5.

Passamos agora a descrever a fundamentação teórica do projeto e os objetivos específicos.

2 Fundamentação teórica

2.1 Modelos Gaussianos para não-Markovianidade

Devido à dificuldade de lidar com sistemas de muitos corpos, existem poucos modelos exatamente solúveis para os quais é possível transitar gradualmente de um regime Markoviano para não-Markoviano. Talvez o modelo mais amplamente estudado consistem no movimento Browniano quântico [3]. Aqui, estaremos interessados numa variação deste modelo, estudada em [32–34]. O modelo consiste em um modo bosônico principal, descrito por um operador de aniquilação a, em contato com N modos bosônicos b_k através de um Hamiltoniano

$$H = \omega a^\dagger a + \sum_k \Omega_k b_k^\dagger b_k + \sum_k \gamma_k (a^\dagger b_k + b_k^\dagger a) \tag{1}$$

Este modelo é exatamente solúvel. Surpreendentemente, todos os resultados podem ser expressos em termos de duas funções auxiliares $g(t)$ e $f_k(t)$, que satisfazem

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t} = -i \sum_k \gamma_k e^{i(\omega-\Omega_k)t} f_k(t), \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}f_k}{\mathrm{d}t} = -i\gamma_k e^{-i(\omega-\Omega_k)t} g(t), \tag{3}$$

com condições iniciais $g(0) = 1$ e $f_k(0) = 0$. Por exemplo, a média dos operadores de aniquilação satisfazem $\langle a \rangle_t = \langle a \rangle_0 g(t)$ e $\langle b_k \rangle_t = \langle a \rangle_0 f_k(t)$. Os elementos da matriz de covariância podem também ser expressos de maneira equivalente. Este modelo permite, portanto, estudar o problema também sob o ponto de vista do reservatório e das correlações entre o sistema e o reservatório.

A solução formal da Eq. (3) é

$$f_k(t) = -i\gamma_k \int_0^t \mathrm{d}t'\; e^{-i(\omega-\Omega_k)t'} g(t').$$

Substituindo este resultado na Eq. (2) resulta em uma equação integro-diferencial para $g(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t} = -\int_0^t \mathrm{d}t'\; \Gamma(t-t')g(t'), \tag{4}$$

onde definimos o Kernel de memória

$$\Gamma(t-t') = \sum_k \gamma_k^2 e^{i(\omega-\Omega_k)(t-t')}. \tag{5}$$

O caráter não-Markoviano do problema fica evidente da Eq. (4): a evolução no instante posterior depende, em geral, de toda a história da função $g(t)$, pesada pelo Kernel de memória $\Gamma(t-t')$.

Se o número de osciladores tende a infinito, é possível mostrar que em certas condições o Kernel de memória tende a

$$\Gamma(t-t') \simeq 2\kappa\delta(t-t'), \tag{6}$$

onde $\kappa > 0$ é uma constante que depende dos acoplamentos γ_k. Neste caso a Eq. (4) se torna

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t} = -\kappa g \qquad \rightarrow \qquad g(t) = e^{-\kappa t}. \tag{7}$$

Ou seja, no caso Markoviano a função $g(t)$ relaxa exponencialmente à zero.

Uma comparação do comportamento não-Markoviano [Eq. (4)] e Markoviano [Eq. (7)] da função $g(t)$ está ilustrado na Fig. 1. Como pode ser observado, no caso não-Markoviano é possível observar um refluxo de informação que faz com que o sistema volte para valores próximos do estado original.

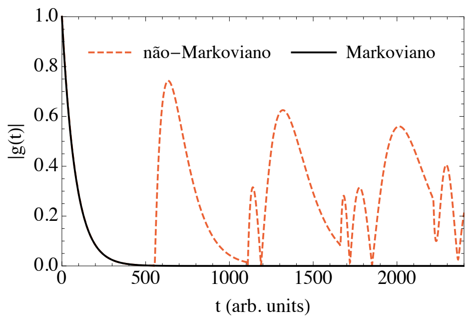

Figura 1: Exemplo do comportamento não-Markoviano [Eq. (4)] e Markoviano [Eq. (7)] da função $g(t)$, que descreve a evolução do sistema descrito pelo Hamiltoniano (1). No caso não-Markoviano (curvas vermelhas, tracejadas) o sistema apresenta refluxos de informação que fazem com que o estado volte para um valor próximo do estado inicial.

2.2 Correntes no espaço de fase

No caso Markoviano, o Hamiltoniano (1) modela, sob o ponto de vista da dinâmica reduzida do sistema, a equação mestra de Lindblad

$$\frac{\mathrm{d}\rho_S}{\mathrm{d}t} = 2\kappa\left[a\rho_S a^\dagger - \frac{1}{2}\{a^\dagger a, \rho_S\}\right], \tag{8}$$

Esta equação pode também ser transformada em uma equação de Fokker-Planck quântica no espaço de fase, através da função de Wigner

$$W(\alpha, \alpha^*) = \frac{1}{\pi^2}\int \mathrm{d}^2\lambda\; e^{-\lambda\alpha^* + \lambda^*\alpha}\mathrm{tr}\left\{\rho\; e^{\lambda a^\dagger - \lambda^* a}\right\} \tag{9}$$

A equação resultante é

$$\partial_t W_S = \partial_\alpha J_S + \partial_{\alpha^*} J_S^*, \tag{10}$$

onde

$$J_S(W_S) = \kappa\left(\alpha + \frac{\partial_{\alpha^*}}{2}\right)W_S. \tag{11}$$

A Eq. (10) tem a forma de uma equação de continuidade, permitindo que interpretamos J_S como uma corrente de probabilidade no espaço de fase. Isso é corroborado também pelo fato de que a corrente J_S se anula no estado de equilíbrio, que neste caso é o estado de vácuo $W_S^\infty = e^{-2|\alpha|^2}/\pi$.

É possível também formular o problema não-Markoviano do ponto de vista destas correntes de probabilidade. Esta tarefa constitui parte do projeto de mestrado do Sr. Portugal, como será descrito na próxima seção.

2.3 Produção de entropia de Wigner

O grau de irreversibilidade instantâneo de um sistema pode ser quantificado usando o conceito de produção de entropia. A formulação tradicional da produção de entropia, no entanto, não se aplica ao problema em questão pois é definida somente para sistemas à temperatura finita. Para resolver este problema, o grupo do Prof. Landi desenvolveu recentemente uma descrição alternativa da produção de entropia usando a ideia de medidas no espaço de fase. Neste caso, os autores mostraram que a produção de entropia podia ser escrita como

$$\Pi = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S(W_S||W_S^\infty) \tag{12}$$

onde

$$S(W_1||W_2) = \int \mathrm{d}^2\alpha W_1 \ln(W_1/W_2)$$

é a entropia relativa de Wigner. Usando a equação de Fokker-Planck (10) é possível mostrar que a produção de entropia pode ser escrita como

$$\Pi = (4/\kappa)\int \mathrm{d}^2\alpha\frac{|J_S(W_S)|^2}{W_S}, \tag{13}$$

Ou seja, a produção de entropia está diretamente relacionada com a existência de correntes irreversíveis no sistema, geradas pelo acoplamento com o reservatório.

Ela é claramente não-negativa e nula somente quando a corrente em si for nula; ou seja, em equilíbrio.

Todos estes conceitos dizem respeito à sistemas Markovianos. Como já mencionado acima, a extensão para sistemas não-Markovianos constituirá parte integral do projeto do Sr. Portugal.

2.4 Mapeamento em pseudo-modos

Para a segunda parte do projeto, usaremos um mapeamento desenvolvido originalmente em [36, 37] e generalizado recentemente em [29]. A ideia é essencialmente a seguinte: dado um sistema ligado a um reservatório não-Markoviano, é possível mapear o problema no de um sistema ligado a um conjunto (em geral finito) de modos bosônicos que, por sua vez, estão ligados a reservatórios Markovianos. Ou seja, podemos transformar uma dinâmica não-Markoviano em uma dinâmica Markoviana de um sistema ligado a ancilas.

Esse mapeamento é essencial para o objetivo deste projeto, que é separar a contribuição da produção de entropia que é genuinamente irreversível. Ao mapearmos o problema numa dinâmica Markoviana, podemos voltar a utilizar as medidas já bem estabelecidas de produção de entropia de Wigner, mesmo nos casos arbitrariamente não-Markovianos.

2.5 Refluxo de informação

É em geral aceito pela comunidade que o aspecto mais relevante de uma dinâmica não-Markoviana é a possibilidade de haver um refluxo de informação do ambiente para o sistema. Não existe atualmente uma medida única para quantificar este refluxo. Uma medida amplamente utilizada diz respeito à correlação de um sistema com uma ancila [11]. Suponha que o sistema principal que está conectado ao reservatório, na realidade iniciou a dinâmica emaranhado com uma ancila. Neste caso, em uma dinâmica Markoviana a correlação entre os dois só pode diminuir. Um aumento repentino na correlação funciona, portanto, como uma testemunha direta do refluxo de informação.

3 Objetivos do projeto

O objetivo central deste projeto é relacionar conceito de refluxo de informação em sistemas não-Markovianos com medidas de produção de entropia, que quantificam irreversibilidade. Para tal, o trabalho será dividido em duas etapas.

(a) Estudo da equação de Fokker-Planck quântica e medidas de irreversibilidade no espaço de fase

O primeiro passo do projeto será a familiarização com os conceitos de processos estocásticos no espaço de fase, a equação de Fokker-Planck quântica (10) e as medidas de produção de entropia no caso Markoviano, Eq. (12). Este estudo se baseará na referência [35] e em trabalhos correlacionados como, por exemplo, a Ref. [50] onde as grandezas entrópicas no espaço de fase são estudadas em mais profundidade.

(b) Solução analítica do modelo de dilatação Gaussiana

Na segunda etapa, o estudante deverá estudar a fundo o modelo de dilatação Gaussiana descrito pelo Hamiltoniano (1). Além de estudar a solução analítica, o estudante deverá explorar de maneira profunda os aspectos informacionais do problemas, como as correlações entre o sistema e banho e a distribuição das correlações entre os diferentes modos do banho. Esta parte do trabalho será baseada nas Refs [32–34]. Além disso, o estudante buscará obter a equação de Fokker-Planck reduzida do sistema no caso não-Markoviano.

(c) Estudo de medidas entrópicas e correlação entre sistema e ambiente

Em seguida, o aluno deverá aplicar estes resultados para calcular as diversas grandezas entrópicas de interesse como, por exemplo, a informação mútua entre sistema e banho e a produção de entropia (12), mesmo no caso não-Markoviano.

(d) Mapeamento do problema usando o método de pseudo-modos

Na segunda etapa do projeto, o estudante deverá estudar o mapeamento em pseudo-modos, baseando-se nas Refs [29, 36–38]. Com esse mapeamento o estudante deverá calcular a evolução exata do sistema e a dinâmica de todas as grandezas entrópicas relevantes.

(e) Estudo da produção de entropia na representação de pseudo-modos

Finalmente, com as soluções dos dois modelos em mãos, será possível identificar os termos referentes ao refluxo de informação e a componente genuinamente irreversível da dinâmica. Este resultado, apesar de desafiador, constituirá um avanço importante na caracterização de sistemas não-Markovianos.

Abaixo listamos o cronograma para o desenvolvimento das atividades (a)-(e) descritas acima, divididas semestralmente.

- 2018-1: disciplinas da pós graduação; tópicos (a) e (b).
- 2018-2: disciplinas da pós graduação; término dos tópicos (a) e (b); início do tópico (c)
- 2019-1: tópicos (c) e (d).
- 2019-2: término do tópico (d); tópico (e) e escrita da dissertação.

4 Conclusões e perspectivas

Em resumo, propomos neste projeto um estudo de sistemas não-Markovianos, buscando relacionar refluxo de informação com produção de entropia. Não-Markovianidade constitui um tema muito estudado atualmente e a abordagem aqui proposta vem precisamente em um momento onde o aspecto informacional deste problema está amplamente discutido. O problema proposto é desafiador mas promete resultados interessantes. Além disso, tendo trabalho por mais de um ano como orientador de iniciação científica do Sr. Portugal, tenho convicção que o nível de dificuldade do projeto está compatível com suas capacidades. Acredito que o projeto possa fornecer um ou dois artigos científicos em revistas de grande impacto. É importante mencionar que o projeto também tem como objetivo obter fornecer um balanço razoável entre formação científica específica e formação geral. Finalmente, enfatizo a importância das colaborações científicas com os grupos do Prof. Mauro Paternostro, da Queen's University Belfast, e do Prof. Gerardo Adesso, da University of Nottingham, ambos auxiliados por projetos de mobilidade acadêmica FAPESP.

Referências

[1] C. Gardiner, "Stochastic Methods: A Handbook for the Natural and Social Sciences," 2010.

[2] C. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*. Springer, 3rd ed., 2004.

[3] A. O. Caldeira, *An introduction to macroscopic quantum phenomena and quantum dissipation*. Cambridge University Press, 1st ed., 2014.

[4] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University Press, USA, 2007.

[5] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2000.

[6] S. Haroche and J.-M. Raimond, *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons*. Oxford University Press, 2006.

[7] C. Myatt, B. King, and Q. Turchette, "Decoherence of quantum superpositions through coupling to engineered reservoirs," *Nature*, vol. 403, no. 6767, pp. 269–73, 2000.

[8] M. Fitzpatrick, N. M. Sundaresan, A. C. Y. Li, J. Koch, and A. A. Houck, "Observation of a dissipative phase transition in a one-dimensional circuit QED lattice," *Physical Review X*, vol. 7, p. 011016, 2017.

[9] H. P. Breuer, E. M. Laine, and J. Piilo, "Measure for the Degree of Non-Markovian Behavior of Quantum Processes in Open Systems," *Physical Review Letters*, vol. 103, no. 21, pp. 1–4, 2009.

[10] X. M. Lu, X. Wang, and C. P. Sun, "Quantum Fisher information flow and non-Markovian processes of open systems," *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 82, p. 042103, 2010.

[11] Á. Rivas, S. F. Huelga, and M. B. Plenio, "Entanglement and non-Markovianity of quantum evolutions," *Physical Review Letters*, vol. 105, no. 5, pp. 1–4, 2010.

[12] W. Zhong, Z. Sun, J. Ma, X. Wang, and F. Nori, "Fisher information under decoherence in Bloch representation," *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 87, p. 022337, 2013.

[13] D. Chruściński, "On time-local generators of quantum evolution," *Open Systems & Information Dynamics*, vol. 21, no. 1-2, p. 1440004, 2014.

[14] F. F. Fanchini, G. Karpat, B. Çakmak, L. K. Castelano, G. H. Aguilar, O. J. Farías, S. P. Walborn, P. H. S. Ribeiro, and M. C. De Oliveira, "Non-markovianity through accessible information," *Physical Review Letters*, vol. 112, no. 21, pp. 1–6, 2014.

[15] M. J. W. Hall, J. D. Cresser, L. Li, and E. Andersson, "Canonical form of master equations and characterization of non-Markovianity," *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 89, no. 4, pp. 1–12, 2014.

[16] S. Haseli, G. Karpat, S. Salimi, a. S. Khorashad, F. F. Fanchini, B. Çakmak, G. H. Aguilar, S. P. Walborn, and P. H. S. Ribeiro, "Non-Markovianity through flow of information between a system and an environment," *Physical Review A*, vol. 90, no. 5, p. 052118, 2014.

[17] I. de Vega and D. Alonso, "Dynamics of non-Markovian open quantum systems," *arXiv preprint arXiv:1511.06994*, 2015.

[18] J. Liu, K. Sun, X. Wang, and Y. Zhao, "Quantifying non-Markovianity for a chromophore-qubit pair in a super-Ohmic bath," *Physical Chemistry Chemical Physics*, vol. 17, p. 8087, 2015.

[19] T. Chanda and S. Bhattacharya, "Delineating incoherent non-Markovian dynamics using quantum coherence," *Annals of Physics*, vol. 366, pp. 1–12, 2016.

[20] H.-B. Chen, G.-Y. Chen, and Y.-N. Chen, "Thermodynamic description of non-Markovian information flux of non-equilibrium open quantum systems," *arXiv*, pp. 1–12, 2017.

[21] D. Chruściński and Á. Rivas, "Universal equivalence between divisibility and information flow notions of quantum Markovianity," *arXiv*, no. 2, pp. 1–6, 2017.

[22] M. Cianciaruso, S. Maniscalco, and G. Adesso, "Role of non-Markovianity and backflow of information in the speed of quantum evolution," *Physical Review A*, vol. 96, p. 012105, 2017.

[23] G. Gasbarri and L. Ferialdi, "Recursive approach for non-Markovian maps and their time convolutionless master equations," *arXiv*, 2017.

[24] Z. He, H.-S. Zeng, Y. Li, Q. Wang, and C. Yao, "Non-Markovianity measure based on the relative entropy of coherence in an extended space," *Physical Review A*, vol. 96, no. 2, p. 022106, 2017.

[25] R. R. Joseph, L. E. C. Rosales-Zárate, and P. D. Drummond, "Phase space methods for Majorana fermions," *arXiv*, 2017.

[26] N. Megier, W. T. Strunz, C. Viviescas, and K. Luoma, "Parametrization and optimization of Gaussian non-Markovian unravelings for open quantum dynamics," *arXiv*, no. 0, pp. 1–5, 2017.

[27] G. Pleasance and B. M. Garraway, "An application of quantum Darwinism to a structured environment," *arXiv*, no. i, pp. 1–17, 2017.

[28] S. H. Raja, M. Borrelli, R. Schmidt, J. P. Pekola, and S. Maniscalco, "Thermodynamic fingerprints of non-Markovianity," *arXiv*, 2017.

[29] D. Tamascelli, A. Smirne, S. F. Huelga, and M. B. Plenio, "Non-perturbative treatment of non-Markovian dynamics of open quantum systems," *arXiv*, pp. 46–48, 2017.

[30] J. I. Costa-Filho, R. B. Lima, R. R. Paiva, P. M. Soares, W. A. Morgado, R. L. Franco, and D. O. Soares-Pinto, "Enabling quantum non-Markovian dynamics by injection of classical colored noise," *Physical Review A*, vol. 95, no. 5, p. 052126, 2017.

[31] P. C. Cárdenas, M. Paternostro, and F. L. Semião, "Non-Markovian qubit dynamics in a circuit-QED setup," *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 91, no. 2, pp. 1–8, 2015.

[32] A. L. de Paula, J. G. G. de Oliveira, J. G. P. de Faria, D. S. Freitas, and M. C. Nemes, "Entanglement dynamics of many-body systems: Analytical results," *Physical Review A*, vol. 89, no. 2, p. 022303, 2014.

[33] Á. Rivas, K. P. A. Douglas, S. F. Huelga, and M. B. Plenio, "Markovian master equations: A critical study," *New Journal of Physics*, vol. 12, 2010.

[34] F. Caruso, J. Eisert, V. Giovannetti, and A. S. Holevo, "Multi-mode bosonic Gaussian channels," *New Journal of Physics*, vol. 10, 2008.

[35] J. P. Santos, G. T. Landi, and M. Paternostro, "The Wigner entropy production rate," *Physical Review Letters*, vol. 118, p. 220601, 2017.

[36] B. M. Garraway, "Nonperturbative decay of an atomic system in a cavity," *Physical Review A*, vol. 55, no. 3, pp. 2290–2303, 1997.

[37] B. M. Garraway, "Decay of an atom coupled strongly to a reservoir," *Physical Review A*, vol. 55, no. 6, pp. 4636–4639, 1997.

[38] M. Zwolak and G. Vidal, "Mixed-State Dynamics in One-Dimensional Quantum Lattice Systems: A Time-Dependent Superoperator Renormalization Algorithm," *Physical Review Letters*, vol. 93, p. 207205, nov 2004.

[39] G. T. Landi, E. Novais, M. J. de Oliveira, and D. Karevski, "Flux rectification in the quantum XXZ chain," *Physical Review E*, vol. 90, p. 042142, oct 2014.

[40] G. T. Landi and D. Karevski, "Open Heisenberg chain under boundary fields : A magnonic logic gate," *Physical Review B*, vol. 91, p. 174422, 2015.

[41] W. L. Ribeiro, G. T. Landi, and F. L. Semião, "Quantum thermodynamics and work fluctuations with applications to magnetic resonance," *American Journal of Physics*, vol. 84, pp. 948–957, 2016.

[42] G. T. Landi and D. Karevski, "The distribution of heat exchanged between two quantum spin chains," *Physical Review E*, vol. 93, p. 032122, 2016.

[43] P. H. Guimarães, G. T. Landi, and M. J. de Oliveira, "Thermal conductance of a two-level atom coupled to two quantum harmonic oscillators," *Physical Review E*, vol. 95, p. 042108, 2017.

[44] S. Wald, G. T. Landi, and M. Henkel, "Lindblad dynamics of the quantum spherical model," 2017.

[45] J. P. Santos, L. C. Céleri, G. T. Landi, and M. Paternostro, "The role of quantum coherence in non-equilibrium entropy production," 2017.

[46] L. Schuab, E. Pereira, and G. T. Landi, "Energy rectification in quantum graded spin chains: Analysis of the XXZ model," *Physical Review E*, vol. 94, no. 4, p. 042122, 2016.

[47] P. H. Guimarães, M. J. de Oliveira, and G. T. Landi, "Non-equilibrium quantum chains under multi-site Lindblad baths," *Physical Review E*, vol. 94, p. 032139, 2016.

[48] J. P. Santos and G. T. Landi, "Microscopic theory of a non-equilibrium open bosonic chain," *Physical Review E*, vol. 94, p. 062143, 2016.

[49] M. Brunelli, L. Fusco, R. Landig, W. Wieczorek, J. Hoelscher-Obermaier, G. Landi, F. L. Semiao, A. Ferraro, N. Kiesel, T. Donner, G. De Chiara, and M. Paternostro, "Measurement of irreversible entropy production in mesoscopic quantum systems out of equilibrium," *ArXiv*, p. 1602.06958v1, 2016.

[50] G. Adesso, D. Girolami, and A. Serafini, "Measuring gaussian quantum information and correlations using the Rényi entropy of order 2," *Physical Review Letters*, vol. 109, no. 19, p. 190502, 2012.