Universidade de São Paulo
Projeto de mestrado

Dinâmica quântica de transições de fase dissipativas

Bruno Ortega Goes
Orientador: Gabriel Teixeira Landi

Resumo

Transições de fase quânticas ocorrem devido a uma competição entre dois termos em um Hamiltoniano. Recentemente descobriu-se que é possível também obter um comportamento crítico em sistemas onde há uma competição entre a contribuição Hamiltoniana da dinâmica e a contribuição dissipativa. Estas transições, que vem sendo chamadas de transições de fase dissipativas, constituem um tema intensamente estudado atualmente, com as primeiras observações experimentais surgindo somente neste ano (2017). Um aspecto ainda pouco explorado nestas transições diz respeito à relaxação ao estado estacionário; ou seja, aos aspectos dinâmicos da criticalidade, por exemplo após um *quench* quântico. Neste projeto propomos estudar aspectos dinâmicos das transições de fase dissipativas em modelos simples que possam ser resolvidos analiticamente ou numericamente. Focaremos no modelo de bistabilidade ótica e no modelo de Rabi dissipativo, o primeiro apresentando uma transição descontínua o segundo uma transição contínua. Em ambos os casos, estudaremos a dinâmica do parâmetro de ordem e a evolução entrópica do sistema, focando nos conceitos de produção e fluxo de entropia. O objetivo central será tentar relacionar tais conceitos com as propriedades de relaxação e com conceitos inerentes da informação quântica, como por exemplo a evolução dissipativa da coerência e do emaranhamento. Finalmente, estudaremos o fenômeno de "critical slowing down", que diz respeito à relaxação lenta do sistema quando próximo da criticalidade, semelhante à relaxação vítrea em sistemas de matéria condensada. O nosso objetivo será buscar relacionar este fenômeno com o conceito de "quantum speed limit", uma ideia que vem ganhando atenção crescente na comunidade de informação quântica.

1 Introdução

Por mais de um século transições de fase vem sendo um dos tópicos mais amplamente estudados em física, com ramificações que vão da física da matéria condensada [1, 2] à física de partículas [3]. Historicamente o foco inicial foi nas fases sólida, líquida e gasosa da matéria. Mas, já no início do século XX percebeu-se que o fenômeno também englobava outras fases, como o ferromagnetismo, a supercondutividade e a superfluidez [4–7]. A descrição teórica das transições de fase atingiu seu auge com o desenvolvimento da teoria de Landau, que é capaz de explicar uma enorme classe de transições sob a alçada unificada da quebra espontânea de simetria [1, 2, 8]. Este conceito que, podemos argumentar, está entre um dos mais poderosos em toda a física, foi também exportado para a física de partículas, sendo atualmente um dos constituintes fundamentais do modelo padrão.

Nas últimas 4 décadas foi descoberto também a existência de transições de fase que ocorrem mesmo à temperatura zero, chamadas de transições de fase quânticas [9]. As transições de fase tradicionais ocorrem devido à uma competição entre a energia do sistema e as flutuações térmicas. Já as transições de fase quânticas decorrem da competição entre dois termos em um Hamiltoniano. Ou seja, estão relacionadas com flutuações que são inerentemente quânticas. Entre as transições quânticas mais conhecidas, mencionamos a transição superfluido-isolante de Mott [10], o modelo de Ising no campo transverso [11] e a transição superradiante do modelo de Dicke [12, 13].

Mais recentemente foi constatado que o mesmo tipo de comportamento crítico também poderia ser obtido no caso da dinâmica quântica de um sistema em contato com o ambiente [14–17]. Neste caso a transição decorre de uma competição entre a contribuição Hamiltoniana e a contribuição dissipativa. Essas transições vem sendo chamadas de transições de fase dissipativas e constituem um tema amplamente estudados na última década [17–27]. De fato, as primeiras confirmações experimentais deste tipo de transição foram obtidas somente neste ano (2017) [28–30].

O Prof. Landi já possui experiência neste tipo de problema, tendo trabalhado com transições dissipativas no contexto de cadeias de spin abertas [31] e no caso do modelo esférico quântico [32]. Neste último trabalho, em particular, focamos no estudo das propriedades dinâmicas de transições dissipativas. No entanto, a enorme complexidade do modelo esférico quântico não permitiu que avançássemos o quanto gostaríamos. Portanto, neste projeto propomos revisitar este problema olhando para modelos mais simples, que permitam soluções analíticas e/ou numéricas.

Em particular, propomos estudar o modelo de bistabilidade ótica [19, 33] e o modelo de Rabi dissipativo [23], que descreveremos em detalhes na seção seguinte. O primeiro apresenta uma transição descontínua (primeira ordem) ao passo que o segundo apresenta uma transição contínua (segunda ordem). Ambos estes modelos são suficientemente simples a ponto de permitir um estudo analítico e/ou computacional das propriedades dinâmicas.

Ao estudar a dinâmica destes modelos, monitoraremos diversas grandezas de interesse, as tradicionais sendo o parâmetro de ordem e funções de correlação. Mas, além disso, daremos também atenção especial à dinâmica entrópica do sistema. Quando um sistema relaxa em direção ao estado estacionário, parte da mudança em sua entropia pode ser associada a um fluxo de entropia entre o sistema e o ambiente. No entanto, outra parte pode ser associada a uma produção espontânea de entropia, que funciona como um quantificador da irreversibilidade do sistema. O Prof. Landi tem ampla experiência com este conceito e, recentemente, desenvolveu técnicas para quantificar esta grandeza no caso de sistemas bosônicos [34], que é precisamente a situação dos modelos que propomos estudar.

Finalmente, abordaremos o conceito de *critical slowing down* [25, 35] que ocorre quando o sistema é sujeito a um *quench* que cruza o ponto crítico e, consequentemente, demora um tempo logaritmicamente mais longo para atingir o novo equilíbrio. Buscaremos relacionar este conceito com a ideia de produção de entropia e, em paralelo, com o conceito de *quantum speed limit*. Este último, que em geral é discutido na mecânica quântica em termos do princípio da incerteza para energia e tempo, foi recentemente abordado de uma maneira muito mais sofisticada, sendo relacionado com métricas no espaço de Liouville [36].

Este projeto contará com a colaboração do Prof. Malte Henkel da Université de Lorraine, especialista na área de transições de fase fora do equilíbrio [35]. Esta colaboração se dará através do projeto USP-COFECUB já em andamento. O projeto contará também com a colaboração do Prof. Gerardo Adesso da University of Nottingham, especialista em correlações quânticas. A colaboração se dará através do projeto de colaboração FAPESP-Nottingham número 2017/07973-5. Finalmente, o trabalho poderá contar também com a colaboração dos Profs. Diogo Soares-Pinto do IFSC-USP e o Prof. Lucas Céleri da UFG.

2 Fundamentação teórica

2.1 Modelos de transições de fase dissipativas

Transições de fase dissipativas são em geral modeladas pela chamada equação de Lindblad:

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -i[H, \rho] + D(\rho), \tag{1}$$

onde ρ é a matriz densidade do sistema, H é o Hamiltoniano e $D(\rho)$ é o dissipador de Lindblad, que descreve a contribuição do ambiente para a evolução do sistema. O primeiro termo no lado direito da Eq. (1) se refere à contribuição unitária ao passo que o segundo termo se refere à contribuição dissipativa. Uma transição de fase dissipativa advém precisamente da competição entre estes dois termos.

Para que seja possível observar um comportamento crítico é necessário tomarmos o limite termodinâmico. Ou seja, a Eq. (1) deve ser utilizada para modelar um sistema de muitos corpos interagente. Foi esta a abordagem que o Prof. Landi utilizou na Ref. [32] no contexto do modelo esférico quântico. Essa abordagem, no entanto, leva a situações que não podem ser tratadas analiticamente ou numericamente.

Neste projeto buscaremos modelos que podem ser tratados analiticamente. Uma maneira de permitir isso é considerando sistemas de poucos corpos mas sujeitos a limites físicos que representam o limite termodinâmico. Para este projeto, escolhemos dois tais modelos: o modelo de bistabilidade ótica [19, 33] e o modelo de Rabi dissipativo [23].

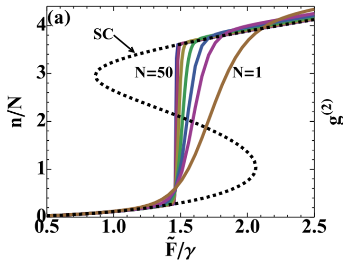

Figura 1: Exemplo da bistabilidade ótica para o sistema descrito pelas Eqs. (2) e (3). A curva pontilhada representa o resultado semi-clássico, que prevê um comportamento biestável dentro de uma certa região de F/γ. As curvas coloridas foram obtidas da solução numérica da Eq. mestra (1). Os parâmetros utilizados foram $\omega_L - \omega = 3\gamma$ e $\tilde{U} = \gamma$. Retirado de [19].

O modelo de bistabilidade ótica

O modelo de bistabilidade ótica representa uma cavidade descrita por um operador de aniquilação bosônico a, sujeita a um meio não-linear que confere uma auto-interação efetiva aos fótons. O sistema é descrito pela Eq. (1) com Hamiltoniano [19, 33]

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{U}{2} a^\dagger a^\dagger a a + iF(a e^{i\omega_L t} + a^\dagger e^{-i\omega_L t}). \tag{2}$$

Neste expressão o segundo termo representa a auto-interação entre os fótons ao passo que o terceiro representa o termo de bombeamento, com intensidade F e frequência ω_L. Além disso, o dissipador deste modelo tem a forma

$$D(\rho) = \gamma\left(a\rho a^\dagger - \frac{1}{2}\{a^\dagger a, \rho\}\right), \tag{3}$$

e representa a perda de fótons pela cavidade.

Para observamos um comportamento crítico neste modelo é necessário tomarmos o limite $F \to \infty$ e $U \to 0$ mas tal que UF^2 permaneça constante. Em geral parametrizamos $F = \sqrt{N}\tilde{F}$ e $U = \tilde{U}/N$ e então tomamos $N \to \infty$. Uma vez que o termo F representa a intensidade de bombeamento da cavidade, este limite corresponde a tomarmos o número de fótons na cavidade indo para infinito. De fato, pode se mostrar que com esta parametrização o número de fótons escala proporcionalmente à N. A Fig. 1 ilustra o número de fótons médio na cavidade em função do bombeamento F. Como pode ser observado, esta grandeza depende de forma sensível com a competição entre o bombeamento F e a taxa de perda de fótons γ, levando a um valor crítico de $\tilde{F}/\gamma$ para o qual o sistema apresenta uma transição descontínua. Uma solução semi-clássica, ilustrada na Fig. 1 pela linha pontilhada, prevê um comportamento biestável dentro de uma certa região. No entanto, é possível mostrar que as flutuações quânticas destroem o caráter biestável, levando a uma solução única para o número de fótons.

O modelo de Rabi dissipativo

O segundo modelo que iremos estudar consiste em um modo bosônico, novamente representado por um operador de aniquilação a, acoplado com um

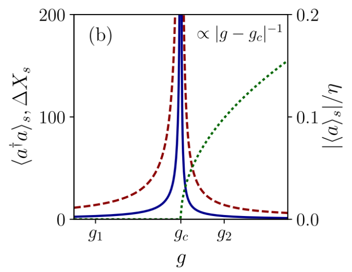

Figura 2: Comportamento crítico do modelo de Rabi dissipativo em função do parâmetro adimensional $g = 2\lambda/\sqrt{\omega\Omega}$. O parâmetro de ordem $\langle a\rangle$, mostrado em linhas verdes pontilhadas, apresenta uma transição contínua para o valor crítico $g_c = \sqrt{1+\kappa^2/\omega^2}$. Estão mostrados também na figura o número médio de fótons $\langle a^\dagger a\rangle$, em linhas vermelhas tracejadas e a quadratura ΔX em azul. Ambos divergem no ponto crítico, se comportando como susceptibilidades efetivas. Retirado de [23].

sistema de dois níveis, descrito pelas matrizes de Pauli usuais. O Hamiltoniano do sistema é dado por [23, 37]

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{\Omega}{2}\sigma_z - \lambda(a + a^\dagger)\sigma_x. \tag{4}$$

A contribuição dissipativa tem exatamente a mesma forma da Eq. (3). Neste caso, para observarmos um comportamento crítico devemos tomar o limite $\lambda/\omega \to \infty$, $\Omega/\omega \to \infty$ mas tal que a combinação $g = 2\lambda/\sqrt{\omega\Omega}$ permaneça finita. O comportamento crítico deste modelo está ilustrado na Fig. 2. Em particular, em verde está ilustrado o parâmetro de ordem $\langle a\rangle$ que apresenta uma transição contínua no ponto crítico $g_c = \sqrt{1+\kappa^2/\omega^2}$.

2.2 Produção de entropia

A dinâmica da entropia S de um sistema aberto pode, em geral, ser escrita como

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \Pi - \Phi, \tag{5}$$

onde Φ representa o fluxo de entropia do sistema para o ambiente e Π representa a entropia produzida de maneira irreversível durante a dinâmica [38, 39]. Da segunda lei da termodinâmica esperamos que $\Pi \geq 0$ e que $\Pi = 0$ se e só se o processo for reversível. A produção de entropia funciona, portanto, como um quantificador da irreversibilidade de um processo físico.

O fluxo e a produção de entropia não são observáveis do sistema, mas podem ser relacionados com observáveis através de um formalismo teórico. No entanto, não há um formalismo unificado para descrever a produção de entropia. No contexto de equações mestras do tipo (1), a abordagem padrão consiste em associar o fluxo de entropia com a igualdade de Clausius da termodinâmica [40],

$$\Phi = \frac{\Phi_E}{T}, \tag{6}$$

onde Φ_E é o fluxo de energia. Isso em geral implica que a produção de entropia pode ser escrita como

$$\Pi = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\rho||\rho_{\mathrm{eq}}), \tag{7}$$

onde $S(\rho||\sigma) = \mathrm{tr}(\rho(\ln\rho - \ln\sigma))$ é a entropia relativa de Kullback-Leibler e $\rho_{\mathrm{eq}} = e^{-\beta H}/Z$ é a matriz densidade térmica.

Esta formulação tradicional, no entanto, não se aplica a nenhum dos problemas mencionados na Sec. 2.1. O motivo é que em ambos os modelos o dissipador [Eq. (3)] representa um banho térmico à temperatura zero. E a formulação das Eqs. (6) e (7) não se aplica no limite de temperatura zero. Existem diversas discussões do por quê isso ocorre [41] mas, até onde é do nosso conhecimento, isso representa uma limitação fundamental deste formalismo.

Recentemente o Prof. Landi abordou este problema de uma forma diferente, usando o conceito de produção de entropia no espaço de fase [34]. Focamos no caso de sistemas bosônicos que podem ser descritos por uma função de Wigner W. Para estes sistemas, ao invés de usarmos a entropia de von Neumann $S = -\mathrm{tr}(\rho\ln\rho)$, utilizamos a entropia de Wigner

$$S = -\int \mathrm{d}^2\alpha \; W \ln W. \tag{8}$$

Como mostrado em [42], para o caso de estados Gaussianos esta grandeza coincide com a entropia de Rényi-2, que recentemente ganhou significância termodinâmica no contexto de teorias de recursos [43]. Na Ref. [34] foi mostrado que a produção e o fluxo de entropia de Wigner permanece bem comportada mesmo no limite de temperatura zero, funcionando portanto como um quantificador fidedigno de irreversibilidade mesmo a temperatura zero.

Os resultados da Ref. [34] dizem respeito somente a estados Gaussianos, para os quais a função de Wigner é positiva. Este não é o caso dos modelos propostos na Sec. 2.1. No entanto, podemos driblar este problema trabalhando com a função de Husimi-Q, que é sempre positiva. A entropia da função de Husimi, conhecida no meio de informação quântica como entropia de Wehrl [44], representa um *coarse-graining* da entropia de Wigner. Mesmo assim, resultados recentes do grupo do Prof. Landi mostram que a produção de entropia de Wehrl funciona como um limite inferior para a produção de entropia de von Neumann.

2.3 Quantum speed limits

O conceito de *quantum speed limits* se refere ao menor tempo de evolução possível entre dois estados quânticos arbitrários. Desde os primórdios da mecânica quântica este conceito vem sendo relacionado com o princípio da incerteza energia-tempo. No entanto, recentemente, os Profs. Lucas Céleri, Diogo Soares-Pinto e Gerardo Adesso, todos colaboradores do Prof. Landi, desenvolveram uma abordagem geométrica para este problema [36] relacionado com a ideia de métrica no espaço de Liouville das matrizes densidade (o conceito de métrica no caso de sistemas quânticos não é único, havendo uma família infinita de métricas, dentre as quais as mais conhecidas são as métricas de Fisher e Wigner-Yanase). Nesta abordagem define-se uma geodésica como a menor distância (no espaço de matrizes densidade) entre dois estados quânticos. Dessa forma, é possível relacionar o menor tempo de evolução com a evolução sobre uma geodésica. Vale mencionar também que a geodésica entre um estado qualquer e o estado de equilíbrio térmico funciona como um limite inferior para a entropia que deve ser produzida durante a relaxação do sistema, como mostrado em [45].

2.4 Dinâmica de Lindblad

Neste projeto propomos o estudo de transições de fase dissipativas utilizando a equação mestra de Lindblad como ferramenta fundamental. Esta equação certamente não é a mais geral para descrever tais fenômenos. No entanto, ela é definitivamente a mais amplamente utilizada no estudo de sistemas quânticos abertos. Acreditamos que seja importante familiarizar o estudante com conceitos cuja aplicabilidade se estenda além do projeto de pesquisa e, por tal motivo, optamos em focar na dinâmica de Lindblad.

3 Objetivos do projeto

O objetivo central deste projeto é estudar analiticamente e/ou numericamente os aspectos dinâmicos de transições de fase dissipativas, no contexto dos modelos descritos na Sec. 2.1. Além disso, ele buscará relacionar estes aspectos dinâmicos com o conceito de produção de entropia e *quantum speed limits*. Para tal, é sugerido que o estudante siga as seguintes diretrizes gerais:

(a) Estudo analítico do estado estacionário

O estado estacionário de ambos os modelos pode ser obtido analiticamente e constitui o primeiro passo antes de se buscar compreender os aspectos dinâmicos. As soluções analíticas estão descritas em detalhes nas Refs. [19, 23, 33], que o estudante deverá reproduzir em detalhes. Vale mencionar que esta etapa do processo já foi iniciada durante um período de iniciação científica que o estudante realizou junto com o Prof. Landi.

(b) Análise numérica da dinâmica de relaxação

A dinâmica dos modelos propostos, muito provavelmente não pode ser resolvida analiticamente, salvo certos casos particulares. Portanto, o aluno deverá abordar o problema de forma numérica, buscando inicialmente qual o formalismo matemático mais apropriado para simular os modelos propostos. Entre as possibilidades, mencionamos a simulação da equação mestra (1), da equação de Fokker-Planck quântica associada ou através do método de hierarquias [46].

(c) Desenvolvimento da teoria de produção de entropia de Wehrl

Em seguida o estudante deverá reproduzir, utilizando a função de Husimi Q, os resultados do Prof. Landi para a produção de entropia no espaço de fase. Os cálculos são bastante análogos e não tomarão um tempo significativo do estudante. No entanto, são interessantes pois servirão para introduzir o estudante ao conceito de irreversibilidade e produção de entropia.

(d) Estudo da dinâmica entrópica do processo de relaxação

Uma vez que o estudante já tenha desenvolvido os algoritmos para simular numericamente o processo de relaxação, torna-se natural calcular também a evolução da entropia, da produção de entropia e do fluxo de entropia, durante este processo.

(e) Estudar o fenômeno de *critical slowing down* e relacionar com a ideia de *quantum speed limit*

Finalmente, o estudante deverá usar os resultados dinâmicas para investigar a existência ou não do fenômeno de *critical slowing down*. Neste aspecto, é interessante que o estudante esteja se envolvendo com dois modelos que tem transições de fase distintas (uma descontínua e outra contínua), permitindo assim a comparação entre a dinâmica de ambos. O resultado final da dissertação seria buscar relacionar esta ideia com o conceito de *quantum speed limit*.

Abaixo listamos o cronograma para o desenvolvimento das atividades (a)-(e) descritas acima, divididas semestralmente.

- 2018-1: disciplinas da pós graduação; tópicos (a) e (b).
- 2018-2: disciplinas da pós graduação; término dos tópicos (a) e (b); início do tópico (c)
- 2019-1: tópicos (c) e (d).
- 2019-2: término do tópico (d); tópico (e) e escrita da dissertação.

4 Inserção do projeto no âmbito mais geral de criticalidade dinâmica no espaço de fase quântico

O projeto aqui proposto se insere em um âmbito mais geral de pesquisa atualmente sendo realizado em colaboração com diversos grupos do Brasil e do exterior. Estes projetos tem como objetivo entender aspectos dinâmicos de transições de fase e criticalidade utilizando ferramentas da informação quântica e termodinâmica quântica, em particular conceitos relacionados ao espaço de fase quântico. Entre os colaboradores no Brasil mencionamos os professores Fernando Semião e André Timpanaro da UFABC, o Prof. Diogo Soares-Pinto do IFSC-USP e o Prof. Lucas Céleri da UFG. No exterior, mencionamos a colaboração com o Prof. Mauro Paternostro e o Dr. Ricardo Pueblas da Queen's University em Belfast (projeto FAPESP 2017/50304-7), o Prof. Gerardo Adesso da University of Nottingham (projeto FAPESP 2017/07973-5) e os Profs. Dragi Karevski e Malte Henkel da Université de Lorraine (Projeto USP-COFECUB). Mencionamos também uma colaboração com o grupo do Prof. Pasquale Calabrese e Andrea Gambasi, do International School for Advanced Studies (SISSA) em Trieste. Vale mencionar também que o Dr. Ricardo Pueblas é o autor principal do primeiro modelo de Rabi crítico [37] que formará parte do estudo desta dissertação.

Entre os projetos atualmente em andamento com estes colaboradores mencionamos

- Uso de medidas entrópicas no espaço de fase para o estudo da transição caótica no modelo de Kicked Top.
- Dinâmica de sistemas Gaussianos sujeitos à vínculos no espaço de fase.
- Caos quântico no oscilador de Duffing dissipativo.
- Dinâmica de átomos bosônicos em redes óticas sujeitos a interações de longo alcance.
- Dinâmica de Lindblad do modelo esférico quântico.

Todos estes projetos estão atualmente em andamento e lidam com o mesmo tipo de temática do projeto aqui proposto.

5 Conclusões e perspectivas

Em resumo, propomos neste projeto um estudo teórico e computacional dos aspectos dinâmicos de transições de fase dissipativas. O projeto visa relacionar este tema com a ideia de produção de entropia, que vem surgindo como um destaque na produção científica do Prof. Landi e também com o conceito de *quantum speed limit*, que recentemente foi destaque de grupos nacionais.

Este projeto versa sobre um assunto de relevância para a pesquisa atual em física quântica, o que pode ser evidenciado pelo número considerável de publicações recentes na área em revistas de alto impacto. O objetivo, ao propor este projeto, foi buscar um balanço entre a especialização num tópico de pesquisa específico e a formação geral do estudante. Ao nosso entender, as técnicas e os conceitos que serão utilizadas neste projeto também possuem aplicações em outras áreas da física, como física da matéria condensada, ótica quântica e informação quântica. A colaboração ativa com pesquisadores estrangeiros, especialistas nestas áreas do conhecimento, será também de grande valia para a formação do estudante. Finalmente, os objetivos propostos, se realizados de forma apropriada, podem resultar em um ou dois trabalhos científicos em revistas de prestígio na área, número este que consideramos razoável para um projeto de mestrado.

Referências

[1] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics.* London: Pergamon Press, 1958.

[2] E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics, Part II.* London: Pergamon Press.

[3] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory.* Perseus Books, 1995.

[4] A. Altland and B. D. Simons, *Condensed matter field theory.* Cambridge University Press, 2010.

[5] R. P. Feyman, *Statistical Mechanics: a set of lectures.* Westview press, 2nd ed., 1998.

[6] D. C. Mattis, *The theory of magnetism: static and dynamics.*

[7] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensationin Dilute Gases.* No. 1991, 2008.

[8] H. Nishimori and G. Ortiz, *Elements of phase transitions and critical phenomena.* Oxford University Press, 2011.

[9] S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions.* Cambridge University Press, 1998.

[10] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms," *Nature*, vol. 415, no. 6867, pp. 39–44, 2002.

[11] E. H. Lieb, T. Schultz, and D. Mattis, "Two soluble models of an antiferromagnetic chain," *Annals of Physics*, vol. 16, pp. 407–466, 1961.

[12] Y. K. Wang and F. T. Hioe, "Phase Transition in the Dicke Model of Superradiance," *Physical Review A*, vol. 7, no. 3, pp. 831–836, 1973.

[13] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke, and T. Esslinger, "Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity.," *Nature*, vol. 464, no. 7293, pp. 1301–1306, 2010.

[14] S. Diehl, a. Micheli, a. Kantian, B. Kraus, H. P. Büchler, and P. Zoller, "Quantum states and phases in driven open quantum systems with cold atoms," *Nature Physics*, vol. 4, pp. 878–883, sep 2008.

[15] E. G. Dalla Torre, E. Demler, T. Giamarchi, and E. Altman, "Quantum critical states and phase transitions in the presence of non-equilibrium noise," *Nature Physics*, vol. 6, no. 10, pp. 806–810, 2010.

[16] J. Eisert and T. Prosen, "Noise-driven quantum criticality," no. 5, pp. 1–5, 2010.

[17] E. M. Kessler, G. Giedke, A. Imamoglu, S. F. Yelin, M. D. Lukin, and J. I. Cirac, "Dissipative phase transition in a central spin system," *Physical Review A*, vol. 86, p. 012116, 2012.

[18] W. Casteels and M. Wouters, "Optically bistable driven-dissipative Bose-Hubbard dimer: Gutzwiller approaches and entanglement," *Physical Review A*, vol. 95, no. 4, pp. 1–11, 2017.

[19] W. Casteels, R. Fazio, and C. Ciuti, "Critical dynamical properties of a first-order dissipative phase transition," *Physical Review A*, vol. 95, no. 1, pp. 1–5, 2017.

[20] A. Carollo, B. Spagnolo, and D. Valenti, "Uhlmann curvature in dissipative phase transitions," no. 0, 2017.

[21] H. F. H. Cheung, Y. S. Patil, and M. Vengalattore, "Emergent phases and novel critical behavior in a non-Markovian open quantum system," 2017.

[22] J. Hannukainen and J. Larson, "Dissipation driven quantum phase transitions and symmetry breaking," *arXiv*, 2017.

[23] M.-J. Hwang, P. Rabl, and M. B. Plenio, "Dissipative Phase Transition in the Open Quantum Rabi Model," no. 1, pp. 1–14, 2017.

[24] V. Savona, "Spontaneous symmetry breaking in a quadratically-driven nonlinear photonic lattice," 2017.

[25] F. Vicentini, F. Minganti, R. Rota, G. Orso, and C. Ciuti, "Critical slowing down in driven-dissipative Bose-Hubbard lattices," pp. 1–5, 2017.

[26] B.-B. Wei and X.-C. Lv, "Fidelity Susceptibility in the Quantum Rabi Model," pp. 1–6, 2017.

[27] J. Marino and S. Diehl, "Driven Markovian Quantum Criticality," *Physical Review Letters*, vol. 116, no. 7, pp. 1–6, 2016.

[28] M. Fitzpatrick, N. M. Sundaresan, A. C. Y. Li, J. Koch, and A. A. Houck, "Observation of a dissipative phase transition in a one-dimensional circuit QED lattice," *Physical Review X*, vol. 7, p. 011016, 2017.

[29] J. M. Fink, A. Dombi, A. Vukics, A. Wallraff, and P. Domokos, "Observation of the photon-blockade breakdown phase transition," *Physical Review X*, vol. 7, p. 011012, 2017.

[30] T. Fink, A. Schade, S. Hofling, C. Schneider, and A. Imamoglu, "Signatures of a dissipative phase transition in photon correlation measurements," vol. 1, pp. 1–10, 2017.

[31] G. T. Landi and D. Karevski, "Open Heisenberg chain under boundary fields : A magnonic logic gate," *Physical Review B*, vol. 91, p. 174422, 2015.

[32] S. Wald, G. T. Landi, and M. Henkel, "Lindblad dynamics of the quantum spherical model," *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, p. 013103, 2017.

[33] P. D. Drummond and D. F. Walls, "Quantum theory of optical bistability. I. Nonlinear polarisability model," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 13, no. 2, pp. 725–741, 1999.

[34] J. P. Santos, G. T. Landi, and M. Paternostro, "The Wigner entropy production rate," *Physical Review Letters*, vol. 118, p. 220601, 2017.

[35] M. Henkel and M. Pleimling, *Non-equilibrium phase transitions, vol 2: ageing and dynamical scaling far from equilibrium.* Springer Heidelberg, 2010.

[36] D. P. Pires, M. Cianciaruso, L. C. Céleri, G. Adesso, and D. O. Soares-Pinto, "Generalized Geometric Quantum Speed Limits," *Physical Review X*, vol. 6, p. 021031, 2016.

[37] R. Puebla, M. J. Hwang, and M. B. Plenio, "Excited-state quantum phase transition in the Rabi model," *Physical Review A*, vol. 94, p. 023835, 2016.

[38] S. R. de Groot and P. Mazur, *Non-Equilibrium Thermodynamics.* Amsterdam: North-Holland Physics Publishing, 1st ed., 1961.

[39] T. Tomé and M. J. de Oliveira, *Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade*. Edusp, 2nd ed., 2014.

[40] H. Spohn, "Entropy production for quantum dynamical semigroups," *J. Math. Phys.*, vol. 19, no. 5, p. 1227, 1978.

[41] M. Esposito, K. Lindenberg, and C. Van Den Broeck, "Entropy production as correlation between system and reservoir," *New Journal of Physics*, vol. 12, 2010.

[42] G. Adesso, D. Girolami, and A. Serafini, "Measuring gaussian quantum information and correlations using the Rényi entropy of order 2," *Physical Review Letters*, vol. 109, no. 19, p. 190502, 2012.

[43] F. G. S. L. Brandão, M. Horodecki, N. H. Y. Ng, J. Oppenheim, and S. Wehner, "The second laws of quantum thermodynamics," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 112, no. 11, pp. 3275–3279, 2015.

[44] A. Wehrl, "General properties of entropy," *Reviews of Modern Physics*, vol. 50, no. 2, pp. 221–260, 1978.

[45] S. Deffner and E. Lutz, "Generalized clausius inequality for nonequilibrium quantum processes," *Physical Review Letters*, vol. 105, no. 17, pp. 1–4, 2010.

[46] G. T. Landi, "Influence of the magnetization damping on dynamic hysteresis loops in single domain particles," *Journal of Applied Physics*, vol. 111, no. 4, p. 043901, 2012.