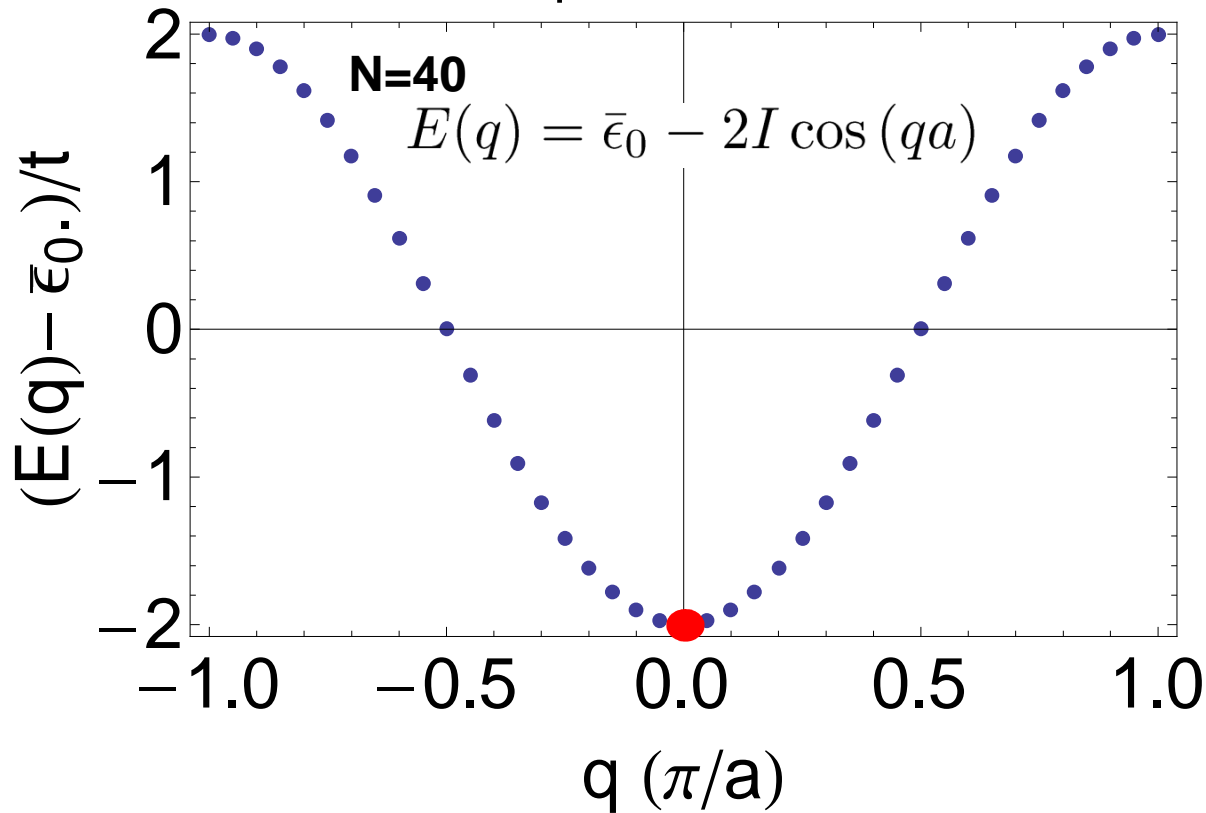


# Um elétron na banda + campo elétrico

Banda com apenas 1 e-



- Elétron inicialmente em  $q_0=0$ :

$$v(t) = -\frac{2Ia}{\hbar} \sin(\omega t) \quad m^*(t) = \frac{\hbar^2}{2Ia^2} [\cos(\omega t)]^{-1} \quad \omega = \frac{eEa}{\hbar}$$

- Velocidade e massa efetiva:

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE(q)}{dq} = \frac{2Ia}{\hbar} \sin(qa)$$

$$m^*(q) = \hbar^2 \left( \frac{d^2E(q)}{dq^2} \right)^{-1} = \frac{\hbar^2}{2Ia^2} \frac{1}{\cos(qa)}$$

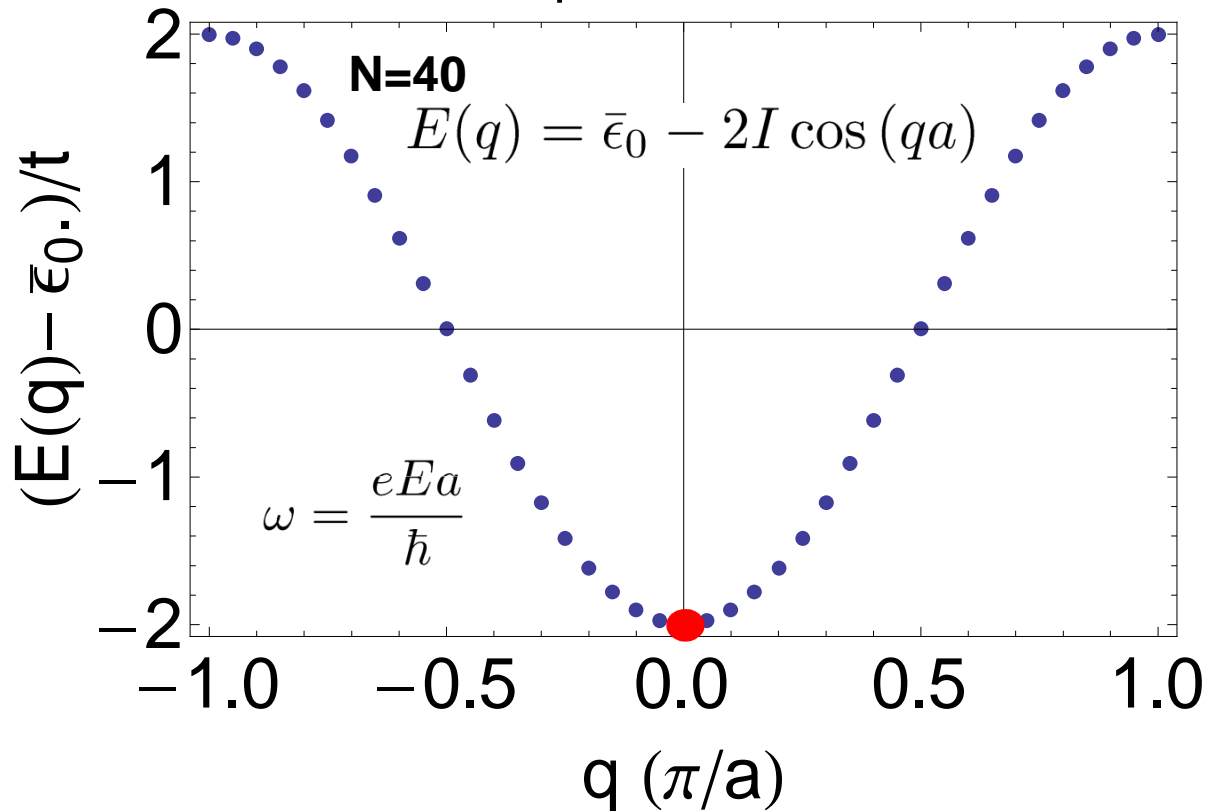
- Força devido a um campo elétrico:

$$f = \hbar \frac{dq}{dt} = -eE \Rightarrow q(t) = q_0 - \frac{eE}{\hbar} t$$

- “2a Lei” :  $f = -eE = m^*(q) \frac{dv(q)}{dt}$

# Um elétron na banda + campo elétrico

Banda com apenas 1 e-



- Oscilações de Bloch:

$$x(t) - x_0 = \int_0^t v(t') dt' = \frac{2I}{eE} [\cos(\omega t) - 1]$$

- Velocidade de grupo oscila:

$$v(t) = -\frac{2Ia}{\hbar} \sin(\omega t)$$

- Massa efetiva *diverge* para:

$$q(t) = (2n + 1) \frac{\pi}{2a}$$

- Note que a corrente líquida é zero:

$$J = -en \langle v(t) \rangle = 0$$

Material apenas com elétrons livres em uma banda se comportam como um *isolante*. (!!!)

Para termos correntes, é necessário algum tipo de espalhamento.

# Condutividades elétrica e térmica.

■ Aproximação de tempo de relaxação: 
$$\frac{d\langle v \rangle}{dt} = -\frac{\langle v \rangle}{\tau} + \frac{(-e)E}{m^*}$$

■ Condutividade elétrica:  $J = (-e)n\langle v \rangle = \sigma E$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

■ Condutividade térmica:  $J_Q = -\kappa \nabla T(\mathbf{r})$

Drude ou Sommerfeld (L1)

■ Teoria cinética (semi-clássica):  $\kappa = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \tau C_v(T)$

$$\kappa = \frac{1}{6} n \pi^2 k_B^2 \frac{T}{\varepsilon_F} v_F^2 \tau$$

Sommerfeld (L4)

■ Lei de Wiedmann-Franz:  $L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \text{constante}$

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2}{e^2} \equiv L_0$$

Razão de Wiedmann-Franz

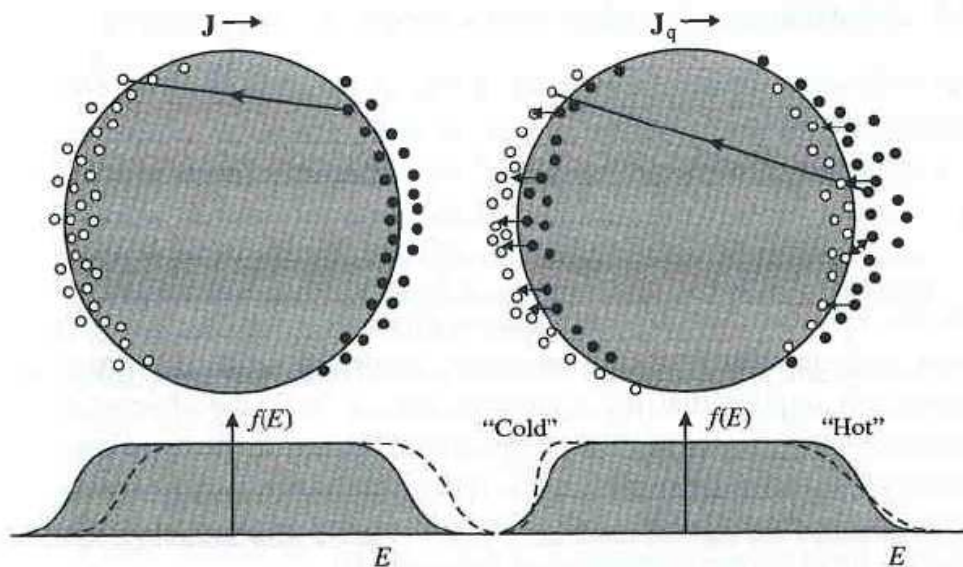
# Tempos de relaxação: Regra de Matthiessen.

- Em muitos casos, a razão de Wiedmann-Franz não é compatível com o experimento.
- Tempos de relaxação térmico e elétrico são, em geral, *diferentes*.

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_\sigma}{m^*}$$

$$\kappa = \frac{1}{6}n\pi^2k_B^2\frac{T}{\varepsilon_F}v_F^2\tau_\kappa$$

pois tem origem em processos microscópicos *distintos*.



$\tau_\sigma$  : tempo característico para randomização da velocidade excedente do elétron.

$\tau_\kappa$  : tempo característico para randomização da energia térmica do elétron.

# Regra de Matthiessen.

- Regra de Matthiessen: 
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} \dots$$
- Assume processos de espalhamento de elétrons independentes entre si:
  - Impurezas (desordem) e centros espalhadores.
  - Fônons (vibrações na rede)
  - Interação elétron-elétron
  - etc.
- Falha quando:
  - $\tau$  depende de  $\mathbf{k}$
  - Os resultado de um processo de espalhamento interfere em outro.

# Semicondutores: elétrons e buracos

- Densidade de elétrons (Sommerfeld).  $n = \frac{1}{V_{\mathbf{r}}} \int_0^{\infty} \rho(\varepsilon) f_D(\varepsilon, T, \mu) d\varepsilon$

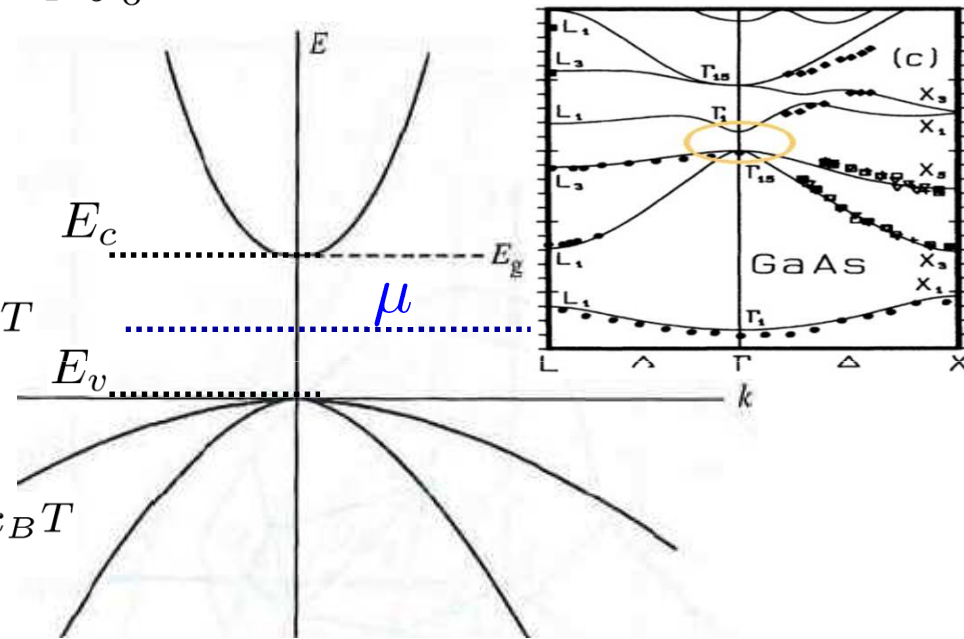
- Distribuição de elétrons e buracos.

Elétrons na banda de condução (energias acima de  $\mu$ ):

$$\varepsilon - \mu \gg k_B T \Rightarrow f_D^{(c)}(\varepsilon, T, \mu) \approx e^{-(\varepsilon - \mu)/k_B T}$$

Buracos na banda de valência (energias abaixo de  $\mu$ ):

$$\mu - \varepsilon \gg k_B T \Rightarrow 1 - f_D^{(v)}(\varepsilon, T, \mu) \approx e^{-(\mu - \varepsilon)/k_B T}$$



- Densidade de estados de elétrons e buracos

Banda de condução (energias acima de  $E_c$ ):

Banda de valencia (energias abaixo de  $E_v$ ):

$$\rho_c(\varepsilon) = V_{\mathbf{r}} C (m_c^*)^{\frac{3}{2}} (\varepsilon - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

$$\rho_v(\varepsilon) = V_{\mathbf{r}} C (m_h^*)^{\frac{3}{2}} (E_v - \varepsilon)^{\frac{1}{2}}$$

$$C = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

# Semicondutores: elétrons e buracos

- Densidade de elétrons de condução e valência.

$$n = \frac{1}{V_r} \int_{E_c}^{\infty} \rho_c(\varepsilon) f_D^{(c)}(\varepsilon, T, \mu) d\varepsilon \quad (\varepsilon - \mu \gg k_B T) \Rightarrow n = N_c(T) e^{-\frac{E_c - \mu}{k_B T}}$$

$$p = \frac{1}{V_r} \int_{-\infty}^{E_v} \rho_v(\varepsilon) [1 - f_D^{(v)}(\varepsilon, T, \mu)] d\varepsilon \quad (\mu - \varepsilon \gg k_B T) \Rightarrow p = N_v(T) e^{-\frac{\mu - E_v}{k_B T}}$$

$$N_c(T), N_v(T) \propto T^{\frac{3}{2}} \quad \text{Número de estados por unidade de volume efetivamente acessíveis}$$

- “Lei de Ação das Massas”

$$n \cdot p = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = W T^3 e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$$E_g = E_c - E_v \quad \text{Gap do semiconductor}$$