

# Quantificando $\omega_c \tau = \mu B$ : é pequeno?

$$\omega_c = \frac{e \cdot B}{m^*}$$

$$\mu_e = \frac{e \tau}{m^*}$$

■ B em Tesla: 1 Tesla = 1 kg/(s<sup>2</sup> A) = 1 kg/(s Coulomb)

■  $\mu$  em cm<sup>2</sup>/(V s): 1 Volt = 1 N m/ Coulomb = m<sup>2</sup> kg/(s<sup>2</sup> Coul)

$$1 [\text{cm}^2/(\text{V s})] = 10^{-4} [\text{Tesla}^{-1}]$$

$e = 1.6 \times 10^{-19}$  Coulomb

$m_0 = 9.11 \times 10^{-31}$  kg

$$\omega_c \tau = \mu_e B = 10^{-4} \left( \frac{B}{1 \text{ Tesla}} \right) \left( \frac{\mu_e}{1 \text{ cm}^2/(\text{Vs})} \right)$$

Exemplo: Para uma mobilidade de  $\mu_e = 10000$  cm<sup>2</sup>/(Vs) e um campo de 1 Tesla,  $\omega_c \tau = 1!!$ )

# Mobilidades típicas em metais

Element	Diffusion coefficient $D$ , $\text{cm}^2\text{-s}$	Drift mobility $\mu_{\text{drift}}$ , $\text{cm}^2/\text{Vs}$	Electron velocity $v_F$ , $10^7 \text{ cm/s}$	Fermi energy $E_F$ , eV	Ratio $E_F/kT$	Wave vector $k_F$ , $10^8 \text{ cm}^{-1}$	Free pass length $l_F = v_F \tau$ , Å	$n_F = \frac{1}{ k_F R_D }$ , $10^{22} \text{ cm}^{-3}$
Li	20.9	820	4.9	0.68	26.9	0.42	128	3.68
Na	88.4	3470	10.1	2.90	114	0.87	263	2.98
K	74.1	2910	9.3	2.43	95.7	0.80	240	1.49
Rb	45.3	1780	7.2	1.49	58.5	0.63	188	1.49
Cs	26.7	1050	5.6	0.88	34.5	0.48	144	0.80
Cu	147	5770	13.0	4.81	189	1.12	338	11.6
Ag	241	9490	16.7	7.92	312	1.44	434	6.94
Au	156	6120	13.4	5.11	201	1.16	349	8.56
Be	216	8480	15.8	7.08	279	1.36	410	2.57
Mg	61.2	2410	8.4	2.01	79.1	0.73	219	7.53
Ca	61.0	2400	8.4	2.00	78.8	0.73	218	16.0
Sr	10.6	418	3.5	0.35	13.7	0.30	91	
Ba	8.86	348	3.2	0.29	11.4	0.28	83	
Zn	59.2	2330	8.3	1.94	76.5	0.71	215	6.01
Cd	63.7	2510	8.6	2.09	82.3	0.74	223	11.8
Al	66.1	2600	8.7	2.17	85.3	0.76	227	18.9
Ga	32.4	1270	6.1	1.06	41.9	0.53	159	9.92
In	25.9	1020	5.5	0.85	33.5	0.47	142	89.3
Tl	17.5	688	4.5	0.57	22.6	0.39	117	
Sn	20.4	800	4.9	0.67	26.3	0.42	126	313
Pb	7.20	283	2.9	0.24	9.30	0.25	75	104

V. Palenskis, "Drift Mobility, Diffusion Coefficient of Randomly Moving Charge Carriers in Metals and Other Materials with Degenerated Electron Gas," *World Journal of Condensed Matter Physics*, Vol. 3 No. 1, 2013, pp. 73-81. doi: [10.4236/wjcmp.2013.31013](https://doi.org/10.4236/wjcmp.2013.31013).

# Tarefa 16: quantificando $\omega_c$ e $\tau$ (em sala).

$$\omega_c = \frac{e \cdot B}{m^*}$$

- B em Tesla: 1 Tesla = 1 kg/(s<sup>2</sup> A) = 1 kg/(s Coulomb)

$$\mu_e = \frac{e\tau}{m^*}$$

- $\mu$  em cm<sup>2</sup>/(V s): 1 Volt = 1 N m/ Coulomb = m<sup>2</sup> kg/(s<sup>2</sup> Coul)

- 1) Use a análise dimensional para encontrar as constantes (e suas unidades!) nas expressões abaixo:

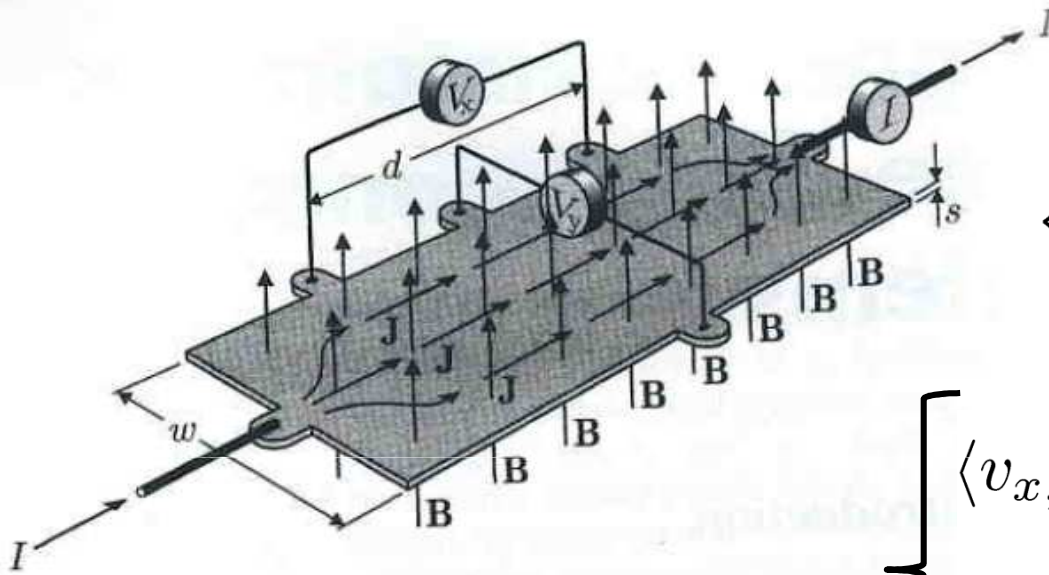
$$\omega_c = \frac{C_\omega}{(m^*/m_0)} \left( \frac{B}{1 \text{ Tesla}} \right) \text{ s}^{-1} \quad \tau = C_\tau \left( \frac{m^*}{m_0} \right) \left( \frac{\mu_e}{1 \text{ cm}^2/(\text{Vs})} \right) \text{ s}$$

- 2) Estime  $\tau$  (em ps) para GaAs ( $m^* = 0.067 m_0$ ) com mobilidades  $\mu_e = 10^3, 10^4$  e  $10^6$  cm<sup>2</sup>/Vs.

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb}$$

$$m_0 = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

# E se mantivermos os termos $(\omega_c \tau)^2$ ?



Metais: considerando apenas portadores tipo n

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*}$$

$$\omega_c^e = \frac{e \cdot B}{m_e^*}$$

Aprox. tempo de relaxação, estado estacionário:

$$\begin{cases} \frac{m_e^*}{e\tau_e} \langle v_{x,e} \rangle = -E_x - \langle v_{y,e} \rangle B \\ \frac{m_e^*}{e\tau_e} \langle v_{y,e} \rangle = -E_y + \langle v_{x,e} \rangle B \end{cases}$$

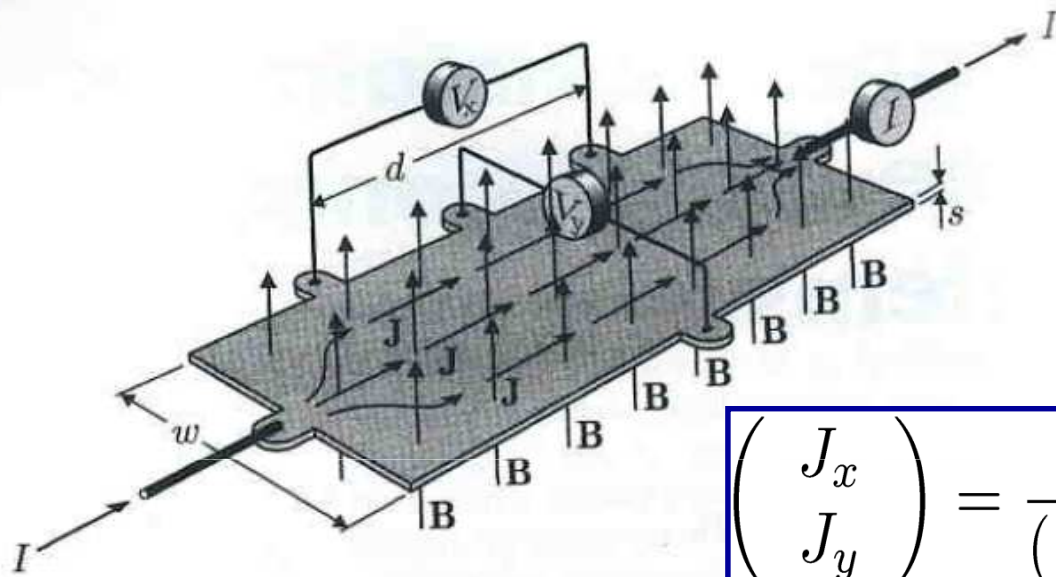
$$\begin{cases} \langle v_{x,e} \rangle = \frac{\mu_e}{(1 + (\omega_c^e)^2 \tau_e^2)} (-E_x + \omega_c^e \tau_e E_y) \\ \langle v_{y,e} \rangle = \frac{\mu_e}{(1 + (\omega_c^e)^2 \tau_e^2)} (-E_y - \omega_c^e \tau_e E_x) \end{cases}$$

**Velocidade em x será afetada por campos magnéticos fortes!**

## Magnetoresistência

Caso com elétrons e buracos: **Lista 4**

# Tensor de condutividade



$$\mathbf{J} = (-e)n\langle \mathbf{v}_e \rangle$$

$$\mathbf{J} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}$$

$$\sigma_0 = en\mu_e$$

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \frac{\sigma_0}{(1 + (\omega_c^e)^2 \tau_e^2)} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c^e \tau_e \\ +\omega_c^e \tau_e & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

Metais: considerando apenas portadores tipo n

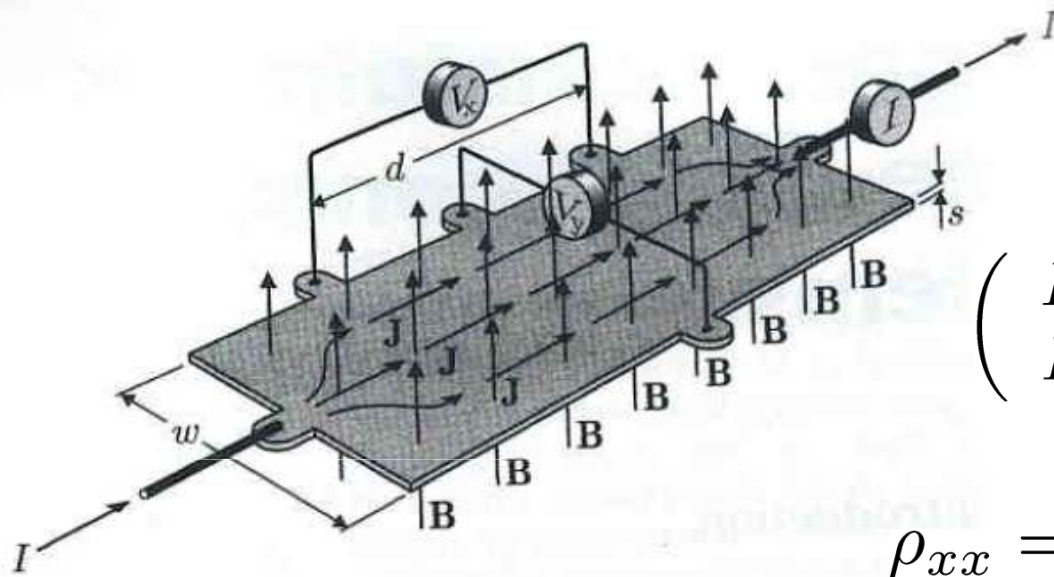
$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*}$$

$$\omega_c^e = \frac{e \cdot B}{m_e^*}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{(1 + (\omega_c^e)^2 \tau_e^2)} \quad \sigma_{yx} = \frac{\sigma_0 \omega_c^e \tau_e}{(1 + (\omega_c^e)^2 \tau_e^2)}$$

Caso com elétrons e buracos: **Lista 4**

# Tensor de resistividade



$$\mathbf{E} = \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{J}$$

Invertendo as equações, temos:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_0} \begin{pmatrix} 1 & +\omega_c^e \tau_e \\ -\omega_c^e \tau_e & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}$$

$$\rho_{xx} = \rho_0$$

Os termos  $(\omega_c \tau)^2$  cancelam! (\*)

Metais: considerando apenas portadores tipo n

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*}$$

$$\omega_c^e = \frac{e \cdot B}{m_e^*}$$

**Resistividade Hall:**

$$\rho_{yx} = -\rho_0 \omega_c^e \tau_e = \frac{B}{(-e)n}$$

No caso  $J_y = 0$  recuperamos  $\rho_{xx} = \frac{E_x}{J_x}$   $\rho_{yx} = \frac{E_y}{J_x}$

(\*) Em metais reais há mais de um tipo de portador e este cancelamento não é perfeito, o que leva a uma magnetoresistência em  $\rho_{xx}$ . **Lista 4**