Efeito Hall de Spin Quântico

Raphael Levy Ruscio Castro Teixeira

Instituto de física - Universidade de São Paulo

8 de dezembro de 2015

Introdução

Modelo de Kane Mele

Conclusão

Operador de Reversão temporal

- Queremos um operador Θ que inverta a seta do tempo, de forma que:

$$\Psi(-t) = \Theta\Psi(t)$$

- Algumas propriedades deste operador que queremos são:

$$\Theta^\dagger\Theta = \Theta\Theta^\dagger = \mathbf{1}$$

$$\Theta^\dagger \vec{r}_i \Theta = \vec{r}_i$$

$$\Theta^\dagger i\frac{d\vec{r}_i}{dt}\Theta = -i\frac{d\vec{r}_i}{dt} = -\vec{p}_i$$

$$\Theta^\dagger \vec{L}_i \Theta = \Theta^\dagger(\vec{r}_i \times \vec{p}_i)\Theta = -\vec{L}_i$$

Operador de Reversão temporal

- Para partículas sem spin Θ é o operador conjugação(K):

$$\Theta = K$$

- Para partículas com spin 1/2 temos, e fazendo a analogia com o momento angular:

$$\Theta = -i\sigma_y K$$

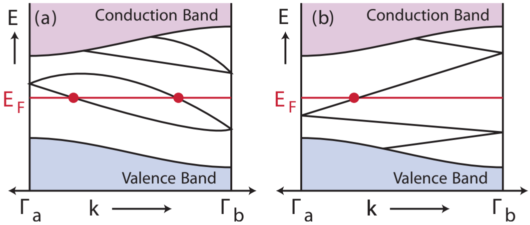
Simetria de Reversão temporal

- Ter uma simetria de reversão temporal (SRT) é ser invariante pelo operador Θ ([H,Θ]=0). Desta forma, para uma hamiltônia de bandas:

$$H(-k) = \Theta H(k)\Theta^{-1}$$

- Existem alguns pontos(Γ_i) na zona de Brillouin que são invariantes por SRT pois $-\Gamma_i = \Gamma_i + n\boldsymbol{G_i}$
- Nesses casos há um numero par de bandas que possuem cruzamento e que são protegidos por SRT (devido aos pares de Kramer)

Simetria de Reversão temporal



Exemplo

- Um exemplo simples é o caso do hamiltoniano:

$$H(\boldsymbol{k}) = k_x\sigma_x + k_y\sigma_y + M\sigma_z$$

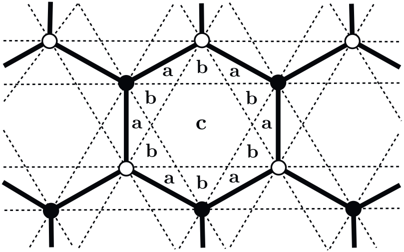
- As bandas terão serão "gapless"se M=0 e terão gap se M$\neq$0

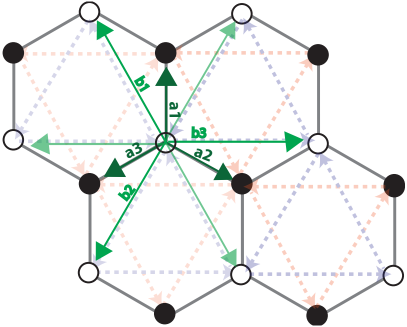
$$\Theta^\dagger H(\boldsymbol{k})\Theta = -k_x\sigma_x - k_y\sigma_y - M\sigma_z$$

- Esse sistema só terá SRT então se M=0

Observação: Aqui estamos usando $\vec{\sigma}$ como spin, o que não será o caso no grafeno.

Modelo de Haldane:





$$H = t_1 \sum_{<i,j>} c_i^\dagger c_j + t_2 \sum_{<<i,j>>} e^{i\phi_{ij}} c_i^\dagger c_j + M \sum_i \epsilon_i c_i^\dagger c_i$$

$\phi_{ij} = \pm\phi$, $\phi = 2\pi(\phi_a)e/h$, $\epsilon_i = \pm 1$

Modelo de Haldane:

Mudando para o espaço k:

$$H(\boldsymbol{k}) = \epsilon(\boldsymbol{k})\mathbf{1} + \boldsymbol{d}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{\sigma}$$

$$\epsilon(\boldsymbol{k}) = \cos(\phi)\cos(\boldsymbol{kb_i})$$

$$d_x(\boldsymbol{k}) = t_1 \sum_{i=1}^{3} \cos(\boldsymbol{ka_i})$$

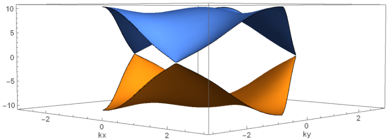
$$d_y(\boldsymbol{k}) = t_1 \sum_{i=1}^{3} \sin(\boldsymbol{ka_i})$$

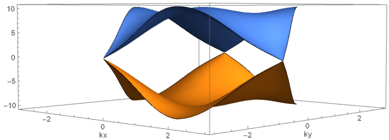
$$d_z(\boldsymbol{k}) = M - 2t_2 \sin(\phi) \sum_{i=1}^{3} \sin(\boldsymbol{kb_i})$$

Modelo de Haldane:

Com isso podemos saber quando as bandas se fecham. Isso ocorrerá nos cantos do hexágono e quando M=$\pm 3\sqrt{3}t_2$. Além disso $|t_2/t_1| < 1/3$ garante que as bandas não cruzam. Nesse caso o numero de chern será

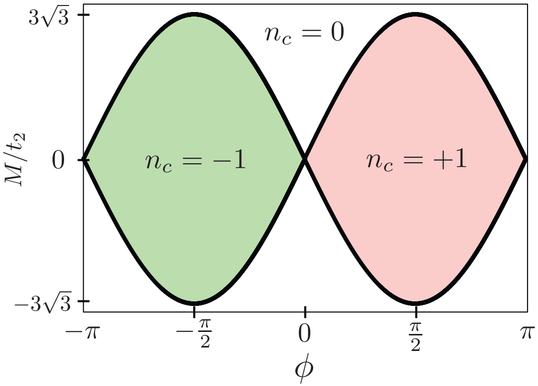
$$n_c = \frac{1}{2}[sgn(M - 3\sqrt{3}t_2\sin(\phi)) + sgn(-M - 3\sqrt{3}t_2\sin(\phi))]$$



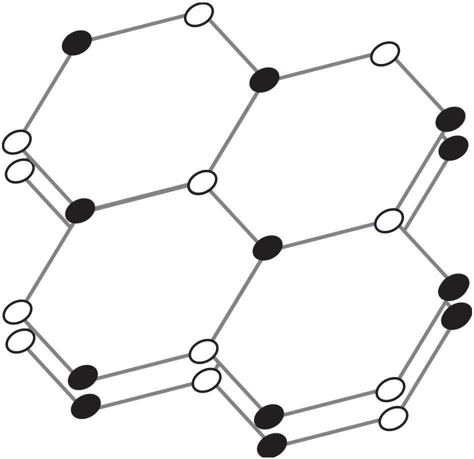


Modelo de Haldane:

Com isso podemos fazer um diagrama de fase para o numero de Chern e consequentemente da condutância hall($\sigma_{xy} = n_c e^2/h$)



Modelo de Kane-Mele:



Modelo de Kane-Mele:

$$H = t \sum_{<i,j>} c_i^\dagger c_j + i\lambda_{SO} \sum_{<<i,j>>} \nu_{ij} c_i^\dagger s_z c_j +$$

$$+ i\lambda_R \sum_{<i,j>} c_i^\dagger (s \times \boldsymbol{d}_{ij})_z c_j + \lambda_\nu \sum_i \xi_i c_i^\dagger c_i$$

Com $\nu_{ij} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\boldsymbol{d}_i \times \boldsymbol{d}_j)_z = \pm 1$ e $\xi_i = \pm 1$

Modelo de Kane-Mele:

Hamiltonianas 4x4 podemos ser escritas como

$$H(\boldsymbol{k}) = \sum_{a=1}^{5} d_a(\boldsymbol{k})\Gamma^a + \sum_{a<b=1}^{5} d_{ab}(\boldsymbol{k})\Gamma^{ab}$$

Onde

$$\Gamma^a = (\sigma_x \otimes s_0, \sigma_z \otimes s_0, \sigma_y \otimes s_x, \sigma_y \otimes s_y, \sigma_y \otimes s_z)$$

$$\Gamma^{ab} = \frac{1}{2i}[\Gamma^a, \Gamma^b]$$

Modelo de Kane-Mele:

Nessa representação o operador de reversão temporal é

$$\Theta = i(\sigma_0 \otimes s_y)K.$$

Com isso podemos ver que

$$\Theta \Gamma^a \Theta^{-1} = \Gamma^a$$

$$\Theta \Gamma^{ab} \Theta^{-1} = -\Gamma^{ab}$$

Para o sistema ter SRT queremos que as funções d_a e d_{ab} sejam pares e impares, respectivamente.

Modelo de Kane-Mele:

Quando $\lambda_R = 0$ a hamiltoniana é separada em duas partes independentes.

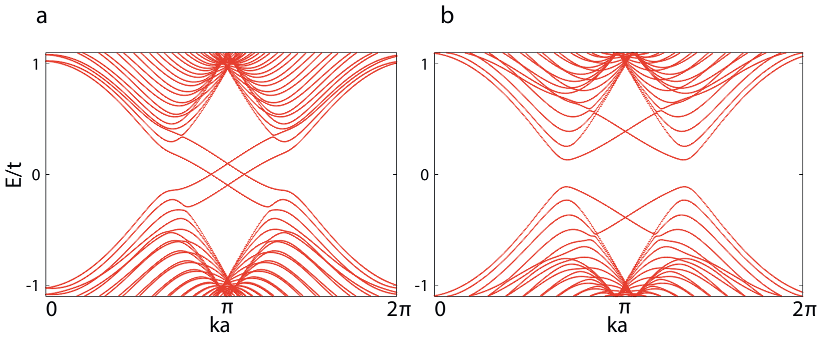
$$H = \sum_s H_s$$

Nesse caso há um gap $|6\sqrt{3}\lambda_{SO} - 2\lambda_\nu|$ Para cada s podemos definir um numero de chern dependente do spin. No caso do gap ser dominado por λ_ν ambos são 0. Para o gap dominado por λ_{SO} temos:

$$n_s = sgn(s\lambda_{SO})$$

Modelo de Kane-Mele:

$n_+ - n_- \neq 0$. Dessa forma a combinação de duas fases hall quânticas com diferentes quiralidades é o sistema de spin hall quantico.



Conclusão

Modelo de Kane-Mele(2005), foi um dos primeiros modelos realistas de isolante topológico.

Apesar disso, não foi achado no grafeno pois o acoplamento spin-orbita dele é fraco.

Outros modelos, posteriores como BHZ, tiveram observação experimental.

Obrigado!