

Partículas na rede

Marzia Petrucci

USP

3 Dezembro 2015



Outline

Interpretação geométrica e string-nets

- 1 Introdução
- 2 Partículas na rede
 - Estatística
 - Braiding
 - Fusão e splitting
- 3 String-net condensate
 - Hamiltoniano



Modelos mais complexos: grupos não Abelianos, na superfície de um modelo 3D, geometria da rede,...

Excitações: elementares são bosônicas, compostas são anyons (depende do grupo algébrico)

TQFT: a função de partição (por $T=0$) depende só da topologia



Propriedades

- Partículas indistinguíveis \rightarrow transformação unitária U na função de onda de muitos corpos, dependente da dimensão
- exemplo concreto é o efeito Aharonov-Bohm:

• *identical particles*

• *permanently topological \rightarrow central per deformation loop*

• *$U(\theta) = \exp(-i\theta\sigma_z) = \exp(i\pi)$ para $\theta = \pi$*



Propriedades

- Partículas indistinguíveis \rightarrow transformação unitária U na função de onda de muitos corpos, dependente da dimensão
- exemplo concreto é o efeito Aharonov-Bohm:

Two particles on a ring

Two particles with spin \uparrow and \downarrow on a ring with diameter 2π

$\psi(\theta_1, \theta_2) = \psi(\theta_2, \theta_1) = \psi(\theta_1 + \pi, \theta_2 + \pi)$ para qualquer θ_1, θ_2



Propriedades

- Partículas indistinguíveis \rightarrow transformação unitária U na função de onda de muitos corpos, dependente da dimensão
- exemplo concreto é o efeito Aharonov-Bohm:
 - winding number
 - degenerescência topológica \rightarrow estável por deformações locais
 - $U(2\pi) = \exp(-i2\pi J) = \exp(iq\Phi)$ para spinores $U = (-1)^F$
 $J = m - \frac{q\theta}{2\pi}$



Propriedades

- Partículas indistinguíveis \rightarrow transformação unitária U na função de onda de muitos corpos, dependente da dimensão
- exemplo concreto é o efeito Aharonov-Bohm:
 - winding number
 - degenerescência topológica \rightarrow estável por deformações locais
 - $U(2\pi) = \exp(-i2\pi J) = \exp(iq\Phi)$ para spinores $U = (-1)^F$
 $J = m - \frac{q\theta}{2\pi}$



Propriedades

- Partículas indistinguíveis \rightarrow transformação unitária U na função de onda de muitos corpos, dependente da dimensão
- exemplo concreto é o efeito Aharonov-Bohm:
 - winding number
 - degenerescência topológica \rightarrow estável por deformações locais
 - $U(2\pi) = \exp(-i2\pi J) = \exp(iq\Phi)$ para spinores $U = (-1)^F$
 - $J = m - \frac{q\theta}{2\pi}$



Propriedades

- Partículas indistinguíveis \rightarrow transformação unitária U na função de onda de muitos corpos, dependente da dimensão
- exemplo concreto é o efeito Aharonov-Bohm:
 - winding number
 - degenerescência topológica \rightarrow estável por deformações locais
 - $U(2\pi) = \exp(-i2\pi J) = \exp(iq\Phi)$ para spinors $U = (-1)^F$
 $J = m - \frac{q\theta}{2\pi}$



Outline

- 1 Introdução
- 2 Partículas na rede
 - Estatística
 - Braiding
 - Fusão e splitting
- 3 String-net condensada
 - Hamiltoniano



Dependência dimensional

Teorema de Spin-Estatística: a dupla troca de duas partículas é equivalente a rotação de 2π de uma só

- 1D ambiguidade no termo: se é de troca ou interação
- 2D $U \in SO(2)$, J não é TP invariante se não for por $\theta = 2\pi J = 0, \pi$; caso contrário não spin fracionario: anyons
- 3D cada caminho fechado em $SO(3)$ começando na identidade e voltando depois de uma rotação de 4π pode ser contraído em um ponto \rightarrow os autoestados da rotação de 2π são ± 1
- spin-estatística \rightarrow existência de antipartículas

$$R_{aa} = \text{diagram of two adjacent squares} = R_{\bar{a}\bar{a}}^{-1} = \text{diagram of two overlapping squares} = R_{\bar{a}\bar{a}} = \text{diagram of two adjacent squares}$$



Dependência dimensional

Teorema de Spin-Estatística: a dupla troca de duas partículas é equivalente a rotação de 2π de uma só

- 1D ambiguidade no termo: se é de troca ou interação
- 2D $U \in SO(2)$, J não é TP invariante se não for por $\theta = 2\pi J = 0, \pi$; caso contrário não spin fracionário: anyons
- 3D cada caminho fechado em $SO(3)$ começando na identidade e voltando depois de uma rotação de 4π pode ser contraído em um ponto \rightarrow os autoestados da rotação de 2π são ± 1
- spin-estatística \rightarrow existência de antipartículas

$$R_{aa} = \text{diagram of two adjacent squares} = R_{\bar{a}\bar{a}}^{-1} = \text{diagram of two overlapping squares} = R_{\bar{a}\bar{a}} = \text{diagram of two adjacent squares}$$



Dependência dimensional

Teorema de Spin-Estatística: a dupla troca de duas partículas é equivalente a rotação de 2π de uma só

- 1D ambiguidade no termo: se é de troca ou interação
- 2D $U \in \mathbb{SO}(2)$, J não é TP invariante se não for por $\theta = 2\pi J = 0, \pi$; caso contrário não spin fracionario: anyons
- 3D cada caminho fechado em $\mathbb{SO}(3)$ começando na identidade e voltando depois de uma rotação de 4π pode ser contraído em um ponto \rightarrow os autoestados da rotação de 2π são ± 1
- spin-estatística \rightarrow existência de antipartículas

$$R_{aa} = \text{diagram of two adjacent squares} = R_{\bar{a}\bar{a}}^{-1} = \text{diagram of two overlapping squares} = R_{\bar{a}\bar{a}} = \text{diagram of two adjacent squares}$$



Dependência dimensional

Teorema de Spin-Estatística: a dupla troca de duas partículas é equivalente a rotação de 2π de uma só

- 1D ambiguidade no termo: se é de troca ou interação
- 2D $U \in \mathbb{SO}(2)$, J não é TP invariante se não for por $\theta = 2\pi J = 0, \pi$; caso contrário não spin fracionario: anyons
- 3D cada caminho fechado em $\mathbb{SO}(3)$ começando na identidade e voltando depois de uma rotação de 4π pode ser contraído em um ponto \rightarrow os autoestados da rotação de 2π são ± 1
- spin-estatística \rightarrow existência de antipartículas

$$R_{aa} = \text{diagram of two adjacent squares with arrows} = R_{aa}^{-1} = \text{diagram of two adjacent squares with arrows} = R_{\bar{a}\bar{a}} = \text{diagram of two adjacent squares with arrows}$$

The diagram shows four red square loops. The first and last diagrams consist of two adjacent squares sharing a vertical edge, with arrows on the outer edges pointing clockwise. The middle two diagrams consist of two adjacent squares sharing a vertical edge, with arrows on the outer edges pointing counter-clockwise.



Dependência dimensional

Teorema de Spin-Estatística: a dupla troca de duas partículas é equivalente a rotação de 2π de uma só

- 1D ambiguidade no termo: se é de troca ou interação
- 2D $U \in \mathbb{SO}(2)$, J não é TP invariante se não for por $\theta = 2\pi J = 0, \pi$; caso contrário não spin fracionario: anyons
- 3D cada caminho fechado em $\mathbb{SO}(3)$ começando na identidade e voltando depois de uma rotação de 4π pode ser contraído em um ponto \rightarrow os autoestados da rotação de 2π são ± 1
- spin-estatística \rightarrow existência de antipartículas

$$R_{aa} = \text{Diagram 1} = R_{\bar{a}\bar{a}}^{-1} = \text{Diagram 2} = R_{\bar{a}\bar{a}} = \text{Diagram 3}$$

The diagram shows the equivalence between two types of braiding operations. On the left, R_{aa} is represented by two red diamonds connected by a horizontal line, with arrows pointing towards each other. This is equal to $R_{\bar{a}\bar{a}}^{-1}$, which is represented by two red diamonds connected by a vertical line, with arrows pointing away from each other. This is equal to $R_{\bar{a}\bar{a}}$, which is represented by two red diamonds connected by a horizontal line, with arrows pointing away from each other.

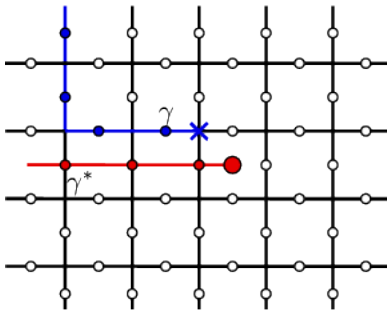


Outline

- 1 Introdução
- 2 Partículas na rede
 - Estatística
 - Braiding**
 - Fusão e splitting
- 3 String-net condensada
 - Hamiltoniano

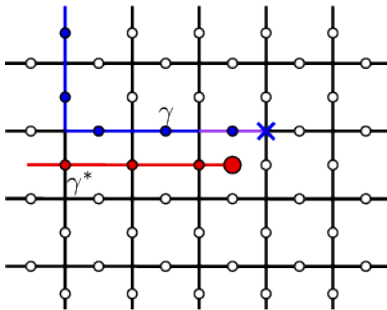


"Evolução temporal"



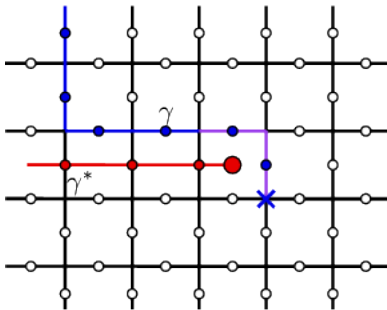


"Evolução temporal"



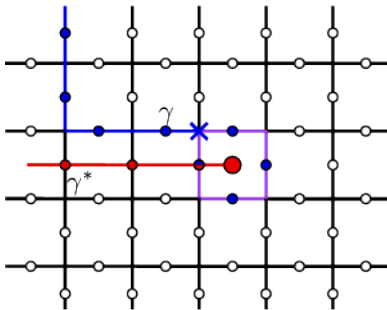


"Evolução temporal"



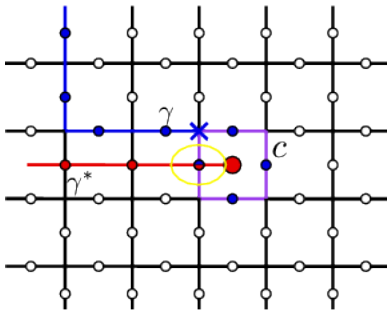


"Evolução temporal"





"Evolução temporal"





Outline

- 1 Introdução
- 2 Partículas na rede
 - Estatística
 - Braiding
 - Fusão e splitting
- 3 String-net condensada
 - Hamiltoniano



Fusão e splitting

Não Abelian: juntando duas partículas se pode criar diferentes partículas (teoria das representações), criando um espaço de Hilbert topológico de dimensão finita, modelo de anyons racional.

$$a \times b = \sum_c N_{ab}^c c$$

onde $N \in \mathbb{N}$ não é um vetor



Outline

- 1 Introdução
- 2 Partículas na rede
 - Estatística
 - Braiding
 - Fusão e splitting
- 3 String-net condensate
 - Hamiltoniano



Hamiltoniano

Uma classe de teorias topológicas 'doubled' (soma de duas TQFT com quiralidades oposta) com invariância TP: teorias de gauge em rede e todas as teorias de Chern-Simons (a ação é proporcional a 3-forma de Chern-Simons)

$$H = UH_u + tH_t$$

- $H_u = \sum_i \sigma_i^x$ energia elétrica \rightarrow tensão da corda
- $H_t = \sum_i \sigma_i^z$ energia magnética \rightarrow energia cinética

Hamiltoniano

Uma classe de teorias topológicas 'doubled' (soma de duas TQFT com quiralidades oposta) com invariância TP: teorias de gauge em rede e todas as teorias de Chern-Simons (a ação é proporcional a 3-forma de Chern-Simons)

$$H = UH_U + tH_t$$

- $H_U = \sum_i \sigma_i^x$ energia elétrica \rightarrow tensão da corda
- $H_t = \sum_i \sigma_i^z$ energia magnética \rightarrow energia cinética



Hamiltoniano

Uma classe de teorias topológicas 'doubled' (soma de duas TQFT com quiralidades oposta) com invariância TP: teorias de gauge em rede e todas as teorias de Chern-Simons (a ação é proporcional a 3-forma de Chern-Simons)

$$H = UH_U + tH_t$$

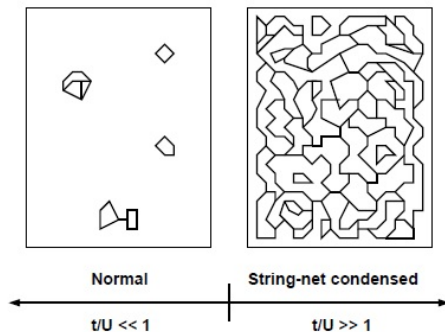
- $H_U = \sum_i \sigma_i^x$ energia elétrica \rightarrow tensão da corda
- $H_t = \sum_i \sigma_i^z$ energia magnética \rightarrow energia cinética



Hamiltoniano

À baixas energias o Hamiltoniano descreve a dinâmica desses objetos extensivos.

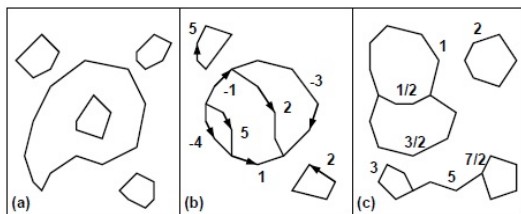
String-nets do mesmo tamanho da rede que ocupam todo o espaço, descritos pelas categorias tensoriais cujo objeto com 6 índices é F_{lmn}^{ijk}





Modelo

- string tipo: $i = 1, \dots, N$
- regras de branching: conjunto de tipo de string permitido para cada ponto, regra de Gauss
- orientação: dual i^* tem orientação oposta a i

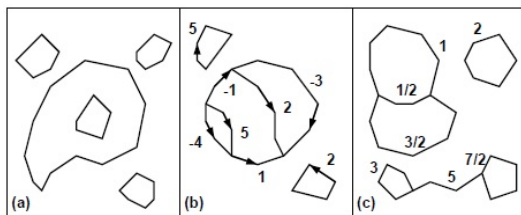


- (a) \mathbb{Z}_2 loop gas, não orientação (b) $U(1)$ orientação, não fechados, regra de Gauss (c) $SU(2)$ regra do triângulo



Modelo

- string tipo: $i = 1, \dots, N$
- regras de branching: conjunto de tipo de string permitido para cada ponto, regra de Gauss
- orientação: dual i^* tem orientação oposta a i

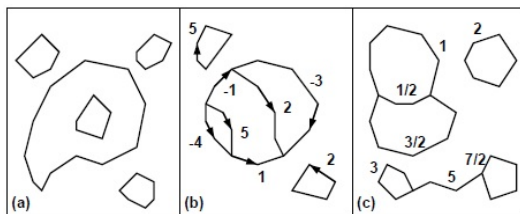


- (a) \mathbb{Z}_2 loop gas, não orientação (b) $U(1)$ orientação, não fechados, regra de Gauss (c) $SU(2)$ regra do triângulo



Modelo

- string tipo: $i = 1, \dots, N$
- regras de branching: conjunto de tipo de string permitido para cada ponto, regra de Gauss
- orientação: dual i^* tem orientação oposta a i

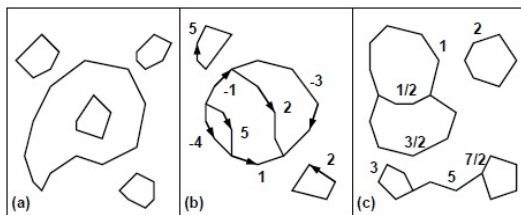


- (a) \mathbb{Z}_2 loop gas, não orientação (b) $U(1)$ orientação, não fechados, regra de Gauss (c) $SU(2)$ regra do triângulo



Modelo

- string tipo: $i = 1, \dots, N$
- regras de branching: conjunto de tipo de string permitido para cada ponto, regra de Gauss
- orientação: dual i^* tem orientação oposta a i



- (a) \mathbb{Z}_2 loop gas, não orientação (b) $\mathbb{U}(1)$ orientação, não fechados, regra de Gauss (c) $\mathbb{SU}(2)$ regra do triângulo



Férmions e bósons como partículas emergentes dinamicamente à baixas energias

bósons de gauge como vibração da corda, férmions como pontos finais

limites \rightarrow não

- interação fraca
- gravidade \rightarrow loop quantum gravity
- partículas quirais



Resultados

- modelos de anyons em 2D e 3D: topológicos, computação quântica
- modelos de string-net
- Outlook
 - mudança de perspectiva: teoria de gauge com interpretação geométrica não é mais fundamental, mas surge das constantes de acoplamento

Muito obrigada