

Ressonância de Feshbach em átomos frios

Renato R. Domenegueti

10 de Janeiro de 2016

Resumo

A ressonância de Feshbach é considerada uma ferramenta importante no controle da interação de átomos frios. Existem diversas aplicações experimentais que utilizam este efeito para estudar a interação atômica em diferentes contextos. Posso citar por exemplo o estudo da interação atômica em supercondutores, a emulação de um sistema fortemente correlacionado no regime de átomos frios, estudar átomos fortemente correlacionados assim como o comportamento de átomos frios em redes óticas. Este trabalho contém um resumo sobre a física e as propriedades da ressonância de Feshbach, que para uma mais profunda compreensão recomendo o estudo do artigo [1].

1 Introdução

A origem física e as propriedades da ressonância de Feshbach podem ser entendidas de uma forma simples. Considere duas curvas de potenciais $V_{bg}(R)$ e $V_c(R)$, como mostrado na figura 1.

Para grandes distâncias internucleares R , a curva do potencial de espalhamento V_{bg} assintoticamente conecta o estado dos dois átomos livres, no regime de átomos frios. Em um processo de colisão, tendo uma pequena energia cinética E , este potencial representa um potencial aberto. O outro potencial V_c , representa um canal fechado, e descreve os níveis de energia dos estados moleculares.

A ressonância acontece quando a energia do estado ligado no canal fechado se aproxima da energia de espalhamento dos átomos não interagentes no canal aberto E . A diferença na energia pode ser controlada aplicando um campo magnético quando os momentos magnéticos nos dois canais são

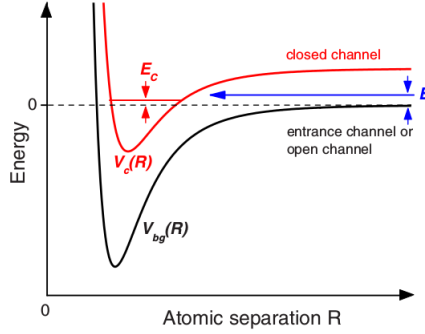


Figura 1: Modelo de dois canais para a ressonância de Feshbach. A ressonância ocorre quando a energia relativa entre a colisão de dois átomos amplamente espaçados acopla com a energia de ligação do estado molecular E_c suportado pelo canal fechado. No domínio de átomos frios a ressonância acontece próximo da energia zero $E = 0$, e pode ser controlada pela aplicação de um campo magnético intenso. Figura extraída do artigo [1].

diferentes. Alternativamente, o acoplamento também pode ser controlado aplicando um campo ótico, que apresenta certas similaridades com o controle através de um campo magnético [2, 3].

A ressonância de Feshbach pode ser descrita apenas pelo *comprimento de espalhamento* da colisão [4], para a colisão da onda s em função do campo magnético temos

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right). \quad (1)$$

A figura 2(a) mostra a curva desta expressão. O comprimento de espalhamento de fundo a_{bg} , que está associado a V_{bg} , representa seu valor longe da ressonância. O parâmetro B_0 representa o valor do campo magnético na ressonância, no qual o comprimento de espalhamento diverge, e o parâmetro Δ é a largura da ressonância.

A energia do estado molecular próximo da posição de ressonância B_0 é mostrado na parte (b) da figura 2. A energia tende ao limiar $E = 0$ quando a é muito grande e positivo. Longe da ressonância, a energia varia linearmente com B , com inclinação dada por $\delta\mu$, a diferença dos momentos magnéticos dos estados de espalhamento e molecular.

Na vizinhança da posição de ressonância B_0 , onde os dois canais são acoplados, o comprimento de espalhamento é bastante grande. Para valores positivos de a , a energia do estado ligado é dado por

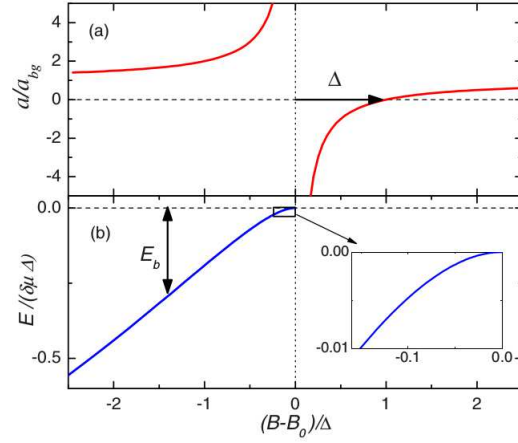


Figura 2: Propriedades da ressonância de Feshbach. (a) Comprimento de espalhamento a , (b) energia do estado molecular próximo da ressonância. O zoom no gráfico (b) mostra o comportamento próximo do ponto de ressonância, quando a é muito grande. A energia de ligação é E_b . Figura extraída do artigo [1].

$$E_b = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2}, \quad (2)$$

onde μ é a massa reduzida dos dois átomos. Neste regime E_b depende quadraticamente da dessintonia $B - B_0$ e o comportamento é mostrado no pequeno gráfico da parte (b).

A figura 3 mostra a observação experimental feita por Inouye [5] em um Condensado de Bose-Einstein (BEC). O experimento foi realizado com gases alcalinos e a ressonância foi verificada na sintonia do campo magnético para $a > 0$. Nota-se que a magnitude do campo magnético é da ordem de $900G$. O número de átomos na amostra cai por causa da geração de moléculas. A parte (b) da figura mostra a divergência do comprimento de espalhamento na sintonia.

2 Espalhamento de dois corpos

Podemos descrever a dinâmica da interação de dois corpos através do centro de massa do sistema. Esta é uma forma de transformar uma descrição individual de cada corpo, um problema de seis dimensões, em um problema de partícula única, com apenas três dimensões. Primeiro considere dois átomos sem estrutura, denominados de 1 e 2 com massas m_1

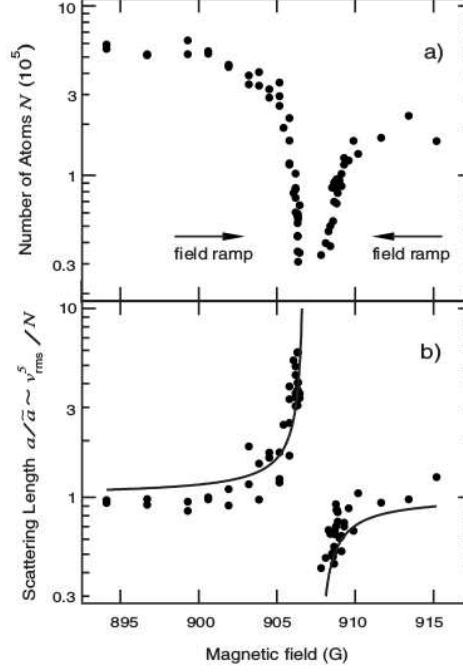


Figura 3: . (a) Número de átomos na amostra em função do campo magnético aplicado. (b) O comprimento de espalhamento normalizado também em função do campo magnético. Figura extraída do artigo [5].

e m_2 interagindo sob a influência de um potencial $V(\mathbf{R})$, onde \mathbf{R} é um vetor que descreve a distância relativa entre os átomos. Os átomos são inicialmente preparados em uma onda plana com energia cinética relativa $E = \hbar^2 k^2 / (2\mu)$ e momento relativo $\hbar \mathbf{k}$, onde $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ é a massa reduzida do sistema. A onda plana $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ por sua vez pode ser expandida em uma série de harmônicos esféricos $Y_{lm_l}(\hat{R})$, onde l é o momento angular relativo entre os átomos, m_l sua projeção ao longo de um eixo fixo \hat{z} , e $\hat{R} = \mathbf{R}/R$ a direção do vetor com dimensão unitária [6, 7]. Esta expansão é conhecida como expansão em ondas parciais, cujos momentos $l = 0, 1, 2, \dots$ são designados pelas ondas s, p, d, \dots

Se o potencial de interação $V(\mathbf{R})$ é isotrópico, a interação depende apenas da magnitude de \mathbf{R} , e não há acoplamento entre ondas parciais, cada uma sendo descrita pela solução $\psi_l(R) = \phi_l(R)/R$ da equação de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \phi_l(R)}{dR^2} + V_l(R) \phi_l(R) = E \phi_l(R), \quad (3)$$

onde $V_l(R) = V(R) + \hbar^2 l(l+1)/(2\mu R^2)$ inclui o potencial centrífugo, que é repulsivo para $l > 0$ e se anula para a onda s . Se $V(R) \rightarrow 0$ para $R \rightarrow \infty$, então E representa a energia das duas partículas sem interação. Quando $E < 0$ o espectro do sistema é discreto e representa estados ligados de dois átomos, e para $E > 0$ o espectro é contínuo e representa a energia de espalhamento do sistema. Os estados ligados são bem descritos pelos números vibracionais $n = -1, -2, \dots$ contando a partir do topo do potencial para baixo, onde $n = -1$ representa o estado ligado de mais baixa energia. Estes estados podem ser representados pelo vetores normalizados $|\langle nl | nl \rangle|^2 = 1$, e $\phi_{nl}(R) = \langle R | nl \rangle \rightarrow 0$ quando $R \rightarrow \infty$. As soluções de espalhamento, representadas pela onda incidente somada com a onda de espalhamento é dada por

$$\phi_l(R, E) \rightarrow c \frac{\sin[kR - \pi l/2 + \eta_l(E)]}{\sqrt{k}} e^{i\eta_l(E)}, \quad (4)$$

onde $\eta_l(E)$ é a fase de espalhamento e $c = \sqrt{2\mu/\pi\hbar^2}$ uma constante que normaliza a função $|El\rangle$. A fase de espalhamento é o único termo que contém informação sobre o potencial de interação.

As propriedades da fase de espalhamento próximo de um limiar de colisão $k \rightarrow 0$ é discutido em [8]. Se $V(R)$ varia como $1/R^s$ para R grande, então $\tan n_l \propto k^{2l+1}$ se $2l+1 \leq s-2$ e $\tan n_l \propto k^{-s-2}$ se $2l+1 \geq s-2$. Para o potencial de van der Waals com $s = 6$, o limiar $\tan n_l$ varia como k e k^3 para as ondas s e p , e como k^4 para as demais ondas. Para átomos suficientemente frios é importante uma maior dedicação no estudos das ondas s . Uma análise detalhada próximo ao limiar $k \rightarrow 0$ é dado por

$$k \cot n_0(E) = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2, \quad (5)$$

onde a é o comprimento de espalhamento da onda s e r_0 é o alcance efetivo. Na prática é comum desprezar o segundo termo da equação acima e considerar $\tan n_0 = -ka$. Dependendo do potencial, o comprimento de espalhamento pode assumir valores negativos e positivos, $-\infty < a < \infty$. Quando o comprimento de espalhamento é grande comparado com o comprimento característico do potencial molecular, o primeiro estado ligado da onda s é dado por $E_b = -E_{-1,0}$ segundo a expressão 2.

3 Canais de colisão

Os átomos frios envolvidos no processo de colisão apresentam diversos momentos angulares. Para cada átomo existe o momento angular orbital \mathbf{L}_i , o spin eletrônico \mathbf{S}_i , e o spin nuclear \mathbf{I}_i , que para diferentes condições influenciam o momento angular atômico total \mathbf{J}_i .

Na ausência de campo magnético, o estado do átomo pode ser caracterizado pelos números $q_i = f_i m_i$, onde m_i é a projeção do momento angular total f_i . O comportamento do átomo como um bóson ou um férmion depende se f_i é um número inteiro ou semi-inteiro respectivamente.

O campo magnético estabelece diferentes níveis atômicos de energia devido ao efeito Zeeman. Neste caso apenas a projeção do momento angular ao longo do campo magnético passa a ser um bom número quântico, com níveis discretos de energia. E diferentes átomos com diferentes f_i podem ser acoplados pelo campo.

A etapa de colisão é estabelecida preparando dois átomos espaçados por uma grande distância R nos estados q_1 e q_2 . A aproximação dos átomos leva a um processo de interação aonde os estados finais dos átomos podem ser iguais ou diferentes dos estados iniciais. Quanto os estados finais são os mesmos a colisão é dita elástica e a energia cinética relativa E entre os átomos permanece constante. Quando os estados finais são diferentes, a colisão é inelástica e é a principal causa de perda atômica, quando a energia dos átomos é maior do que o potencial de aprisionamento.

No processo de colisão, o estado global dos dois átomos envolve os estados individuais de cada átomo juntamente com a função de espalhamento, descrita em termos da decomposição em ondas parciais, $|\alpha\rangle = |q_1 q_2\rangle |l m_l\rangle$, onde $\langle \hat{R} | l m_l \rangle = Y_{l m_l}(\hat{R})$. Na existência do campo magnético, o número quântico $M = m_1 + m_2 + m_l$ ainda é conservado, e o espalhamento pode ser descrito pelos números $q_1 q_2 l M$. Para a onda s , onde $l = m_l = 0$ e $M = m_1 + m_2$, é apenas necessário especificar as quantidades $q_1 q_2$ para o canal de colisão. Se no processo de colisão os átomos envolvidos são idênticos, a função de onda deve ser simetrizada ou anti-simetrizada, dependendo se os átomos são bósons ou férmions respectivamente, e o processo de construção das funções de onda admite certas regras de seleção. Uma maior descrição sobre isso pode ser encontrado em [9].

A energia do canal de colisão é a energia individual de cada átomo quando estão espaçados por uma grande distância mais a energia cinética relativa,

que é pequena para átomos frios $E_{tot} = E(q_1) + E(q_2) + E$. Qualquer canal de colisão com energia maior que a energia total é dito um canal aberto, ou canal de espalhamento. Quando a energia do canal é inferior à energia total, o canal é fechado ou dito um canal molecular. O processo de colisão num canal aberto pode produzir átomos após a colisão, mas não em um canal fechado, onde o produto final passa a ser moléculas.

4 Ressonância de espalhamento

A ressonância de espalhamento acontece quando ocorre uma rápida variação na fase de espalhamento por uma quantidade de π sobre um pequeno intervalo na energia de colisão, devido ao acoplamento do estado de molécula com o estado de espalhamento. A ressonância de Feshbach pode ser explicada pela quebra de simetria do estado atômico global quando passamos de um estado para outro [10, 11].

Inicialmente considere um processo simples de espalhamento, longe de qualquer limiar de criação de moléculas. Neste caso o sistema é descrito por um hamiltoniano de dois canais H , que em boa aproximação descreve o processo de colisão ilustrado na figura 1. Um canal é o canal aberto de espalhamento de fundo “background” $|bg\rangle$ com estado de espalhamento $|E\rangle = \phi_{bg}(R, E)|bg\rangle$ caracterizado pela energia de colisão E . O outro canal é o canal fechado $|C\rangle = \phi_c(R)|c\rangle$ que suporta estados ligados com energia de ligação E_c . As funções $\phi_{bg}(R, E)$ e $\phi_c(R)$ são soluções da equação 3 com os respectivos potenciais $V_{bg}(R)$ e $V_c(R)$. Aqui $\phi_c(R)$ é normalizada pela unidade. O espalhamento pelo canal aberto é caracterizado pela fase de espalhamento de fundo $\eta_{bg}(E)$. Quando o acoplamento entre os dois canais é estabelecido $W(R)$, os dois canais se acoplam pela interação, e a fase de espalhamento é acrescida de uma quantidade proveniente dos estados ligados,

$$\eta(E) = \eta_{bg}(E) + \eta_{res}(E), \quad (6)$$

onde η_{res} toma a forma padrão descrita por Breit-Wigner [12],

$$\eta_{res}(E) = -\tan^{-1} \left(\frac{1/2\Gamma(E_c)}{E - E_c - \delta E(E_c)} \right). \quad (7)$$

A interação $W(R)$, que se anula para grandes distâncias, determina

duas propriedades importantes na ressonância, a largura

$$\Gamma(E) = 2\pi|\langle C|W(R)|E\rangle|^2, \quad (8)$$

descrito pela regra de ouro de fermi, que desloca a energia do sistema a um novo valor dado por $E_c + \delta E(E)$,

$$\delta E(E) = \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\langle C|W(R)|E'\rangle|^2}{E - E'} dE', \quad (9)$$

onde \wp é o valor principal da integral. A fase de espalhamento global varia de π quando E varia por uma quantidade Γ desde abaixo até acima do valor de ressonância.

Próximo do limiar da criação de estados ligados, a largura e o deslocamento do nível de energia para onda s fica

$$\frac{1}{2}\Gamma(E) \rightarrow (ka_{bg})\Gamma_0, \quad (10)$$

$$E_c + \delta E(E) \rightarrow E_0, \quad (11)$$

onde Γ_0 e E_0 são constantes que não dependem da energia. Dado que a largura é positiva definida, Γ_0 tem o mesmo sinal de a_{bg} . Combinando estes resultados com a fase de espalhamento de fundo, $\eta_{bg}(E) \rightarrow -ka_{bg}$, e adicionando uma taxa de decaimento do estado ligado γ/\hbar para todos as vias de perdas do sistema, no limite $k \rightarrow 0$ temos

$$\tilde{a} = a_{bg} \left(1 + \frac{\Gamma_0}{-E_0 + i(\gamma/2)} \right). \quad (12)$$

O formalismo tratado até aqui é exatamente o mesmo para os casos do controle da ressonância por meios do campo magnético ou por meios de um campo ótico, embora a física por trás destas duas vias sejam bem diferentes. A sintonia por via do controle do campo magnético permite escolher canais de colisão no qual as perdas relacionadas com γ podem ser desprezadas. A largura da ressonância é fixa para o controle magnético mas varia de acordo com a intensidade do campo ótico.

No caso da ressonância de Feshbach por um campo magnético há uma diferença entre o momento magnético dos átomos isolados com relação ao momento magnético dos estados ligados $\delta\mu = \mu_{atomos} - \mu_c$. Portanto, a energia E_c do estado ligado relativo à energia dos átomos separados,

$$E_c = \delta\mu(B - B_c), \quad (13)$$

pode ser sintonizada variando o campo magnético B , e E_c é zero quando $B = B_c$. Assim, escolhendo um canal no qual $\gamma = 0$, o comprimento de espalhamento fica na forma

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right), \quad (14)$$

onde $\Delta = \Gamma_0/\delta\mu$ e $B_0 = B_c + \delta B$ são a largura e a posição da ressonância, sendo este último deslocado por uma quantidade $\delta B = -\delta E/\delta\mu$ devido à interação dos canais fechado e aberto.

5 Conclusão

Vimos que o comprimento de espalhamento, equação 14, da interação atômica pode ser controlado pela aplicação de um campo magnético. Sintonizando a magnitude do campo magnético B próximo a seu valor de ressonância B_0 , ocorre a divergência do comprimento de espalhamento nos dois sentidos, positivo e negativo. Quando a é muito grande e positivo, a interação atômica aumenta grandemente e inicia-se o processo de formação de moléculas, sendo possível neste caso estudar o sistema como um meio atômico fortemente correlacionado. Quando a é negativo, ocorre o processo inverso, a interação atômica é praticamente inexistente. Isso permite que com a aplicação de um campo magnético controlado é possível ligar e desligar a interação dos átomos em um regime de baixa temperatura.

Referências

- [1] Chin, Cheng, et al. "Feshbach resonances in ultracold gases." *Reviews of Modern Physics* 82.2 (2010): 1225.
- [2] Fedichev, P. O., et al. "Influence of nearly resonant light on the scattering length in low-temperature atomic gases." *Physical review letters* 77.14 (1996): 2913.

- [3] Bohn, John L., and P. S. Julienne. "Semianalytic theory of laser-assisted resonant cold collisions." *Physical Review A* 60.1 (1999): 414.
- [4] Moerdijk, A. J., B. J. Verhaar, and A. Axelsson. "Resonances in ultracold collisions of Li 6, Li 7, and Na 23." *Physical Review A* 51.6 (1995): 4852.
- [5] Inouye, S., et al. "Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate." *Nature* 392.6672 (1998): 151-154.
- [6] Piza, AFR de Toledo. "Mecânica quântica." *Mecânica Quântica* (2003).
- [7] Messiah, Albert. "QUANTUM MECHANICS. VOL. I." (1958).
- [8] Sadeghpour, H. R., et al. "Collisions near threshold in atomic and molecular physics." *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 33.5 (2000): R93.
- [9] Stoof, H. T. C., J. M. V. A. Koelman, and B. J. Verhaar. "Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen: Rigorous and simplified calculations." *Physical Review B* 38.7 (1988): 4688.
- [10] Feshbach, Herman. "Unified theory of nuclear reactions." *Annals of Physics* 5.4 (1958): 357-390.
- [11] Feshbach, Herman. "A unified theory of nuclear reactions. II." *Annals of Physics* 19.2 (1962): 287-313.
- [12] Mott, Nevill Francis, and Harrie Stewart Wilson Massey. *The theory of atomic collisions*. Vol. 35. Oxford: Clarendon Press, 1965.